

Problema

Es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 10 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x + y = 8 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$.

Obtenui raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- Un vector director de cada recta i la posició relativa de les rectes r i s .
- L'equació del pla que conté la recta s i és paral·lel a la recta r .
- La distància entre les rectes r i s .

Pau's València, juliol 2014

Solució:

a)

Obrim el *Menú Ecuación*

Resolent els sistemes de les equacions:

	a	b	c	d
1	1	-1	0	0
2	0	0	1	10
3	0	0	0	0

SOLVE DELETE CLEAR EDIT

Soluciones Infinitas

X=Y
Y=Y
Z=10

REPEAT

$r \equiv \begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = 10 \end{cases}$, un punt de la recta r és $A(0, 0, 10)$ i el vector director, $v = (1, 1, 0)$.

	a	b	c	d
1	1	1	0	8
2	1	1	1	13
3	0	0	0	0

SOLVE DELETE CLEAR EDIT

Soluciones Infinitas

X=8-Y
Y=Y
Z=5

REPEAT

$s \equiv \begin{cases} x = 8 - \beta \\ y = \beta \\ z = 5 \end{cases}$, un punt de la recta s és $B(8, 0, 5)$ i el vector director, $w = (-1, 1, 0)$.

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Punto de paso (Xo, Yo, Zo)
Vector dirección [a, b, c]

Xo	Yo	Zo
0	0	10

a	b	c
1	1	0

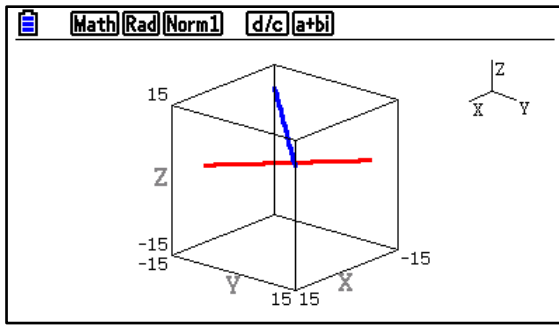
EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET

Punto de paso (Xo, Yo, Zo)
Vector dirección [a, b, c]

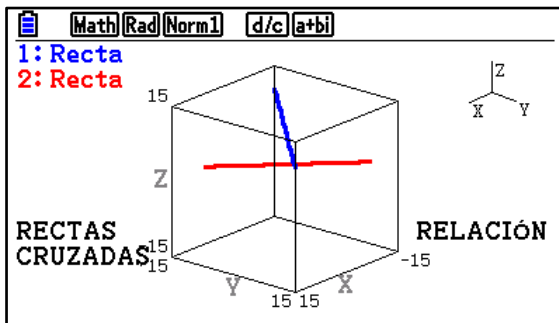
Xo	Yo	Zo
8	0	5

a	b	c
-1	1	0

EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET



Amb la funció *G-Solv* determinem la posició relativa de les dues rectes.



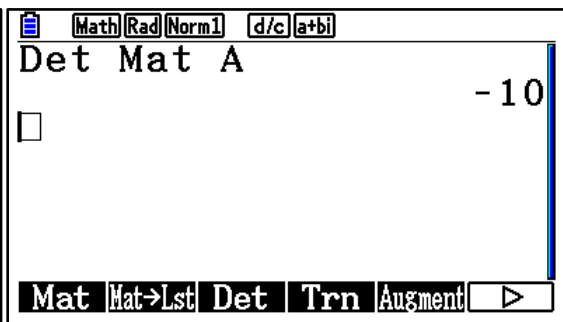
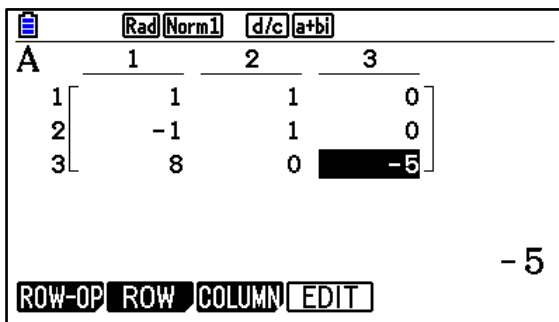
$\{v, w\}$ són linealment independents.

$$\overrightarrow{AB} = (8, 0, -5).$$

Considerem el determinant format pels vectors $\{v, w, \overrightarrow{AB}\}$.

Obrim el Menú Ejec-Mat

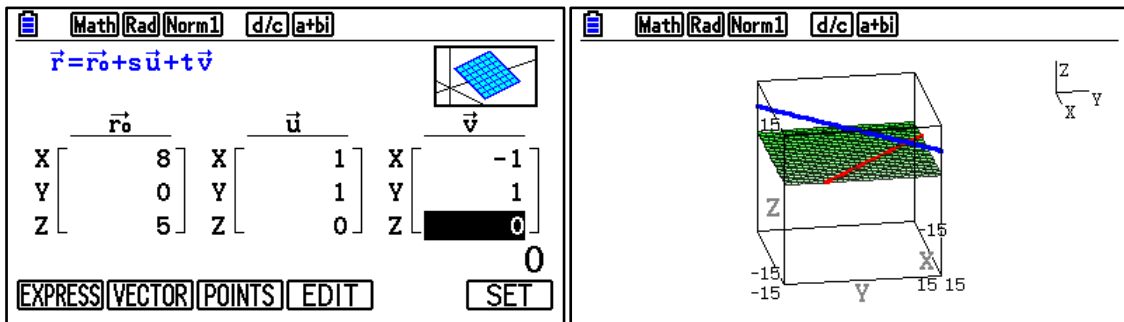
Definim la matriu A formada pels tres vectors:



$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -10 \neq 0$, aleshores, $\{v, w, \overrightarrow{AB}\}$ són linealment independents, per tant, les rectes r i s es creuen.

b)

El plànel Π que conté la recta s i és paral·lel a la recta r passa pel punt B i té per vectors directors $\{v, w\}$.



L'equació general és:

$$\Pi \equiv \begin{vmatrix} x-8 & y & z-5 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0. \text{ Calculant el determinant: } \Pi \equiv z-5=0.$$

c)

La distància entre les rectes r i s que es creuen és igual a la distància d'un punt de la recta r al plànel que conté la recta s i és paral·lel a la recta r :

$$d(r, s) = d(A, \Pi) = \left| \frac{10-5}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}} \right| = 5.$$