Problema

Donades les dues rectes r i s d'equacions $r \equiv \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4$ i $s \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ es demana calcular raonadament:

a) Les coordenades del punt P d'intersecció de les rectes r i s.

b) L'angle que formen les rectes r i s.

c) L'equació implícita $Ax + By + Cz + D = 0$ del pla Π que conté les rectes r i s.

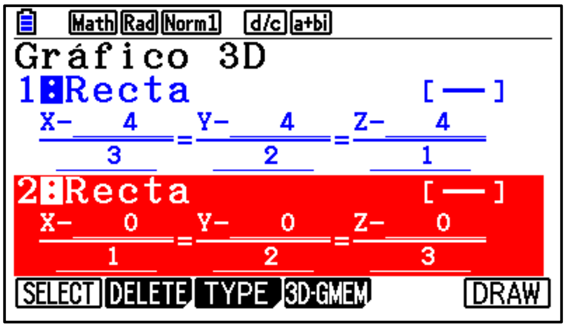
Pau's, setembre 2010

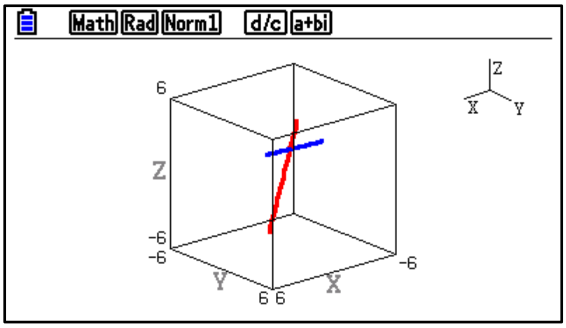
Solució:

a)

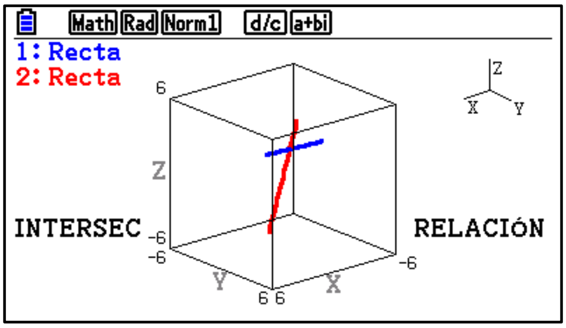
Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim les equacions de les dues rectes.

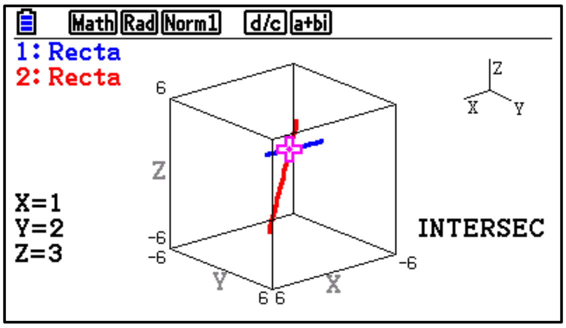




Amb la funció *G-Solv*, determinem la posició relativa de les dues rectes.



Amb la funció *G-Solv*, determinem el punt intersecció .de les dues rectes.



Les dues rectes són secants i el punt intersecció $P(1, 2, 3)$.

Determinem un punt i el vector director de les rectes r i s, respectivament:

La recta $r \equiv \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4$, passa pel punt $A(4, 4, 4)$ i té vector director $v = (3, 2, 1)$.

La recta $s \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, passa pel punt $B(0, 0, 0)$ i té vector director $w = (1, 2, 3)$.

Igualant les coordenades paramètriques de les dues rectes:

$\begin{cases} 4 + 3\alpha = \beta \\ 4 + 2\alpha = 2\beta \\ 4 + \alpha = 3\beta \end{cases}$, Resolent el sistema $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \end{cases}$.

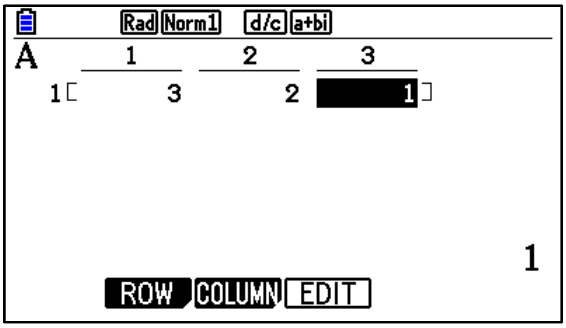
Substituint $\alpha = -1$ en l'equació paramètrica de la recta r el punt O intersecció de les rectes r i s és: $P(1, 2, 3)$.

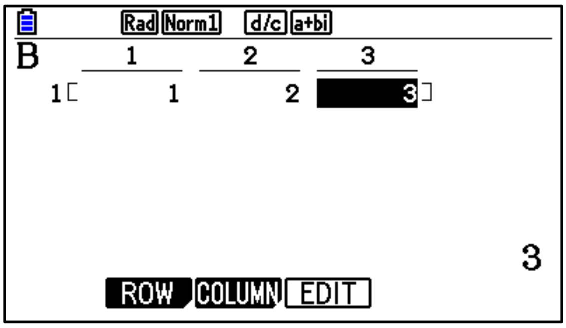
b)

Obrim el *Menú Ejec-Mat*.

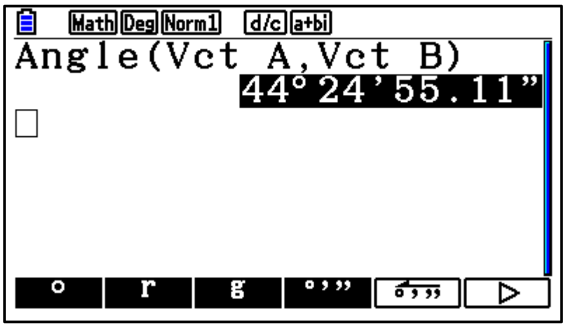
L'angle que formen les rectes r, s és igual a l'angle que formen els vectors directors d'ambdues, $v = (3, 2, 1)$, $w = (1, 2, 3)$.

Definim els vectors directors i calculem l'angle que formen.





Amb la funció *OPTN*, calculem l'angle que formen ambdós vectors:



Siga δ és l'angle que formen v i w:

$\delta = 44^{o}24'55''$.

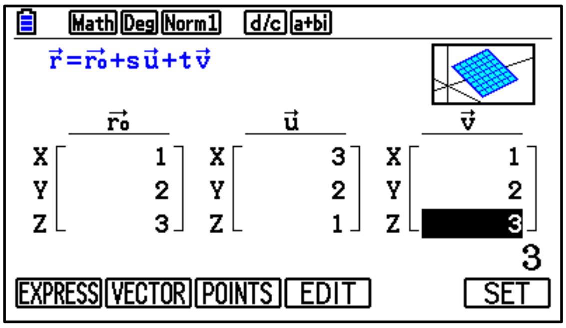
c)

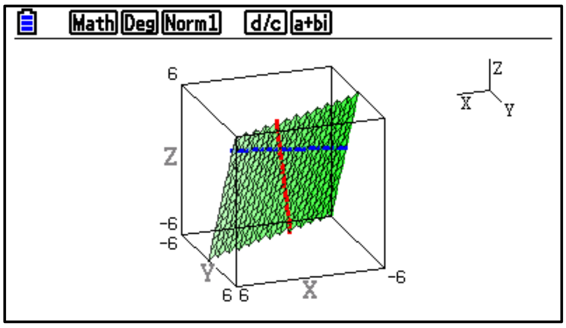
Obrim el *Menú Gráfico 3D.*

Notem que els vectors v, w són linealment independents, ja que les seues components no són proporcionals.

El plànol Π que conté les rectes r i s és el que passa pel punt P i té vectors directors v, w.

Definim el plànol Π.





$$\Pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 .$$ Simplificant, $\Pi \equiv x-2y+z=0$.