

Problema

Siga la funció $f(x) = e^x - x^e, x \geq 0$

- (a) (i) Determineu l'expressió $f'(x)$
- (ii) Sabent que l'equació $f'(x) = 0$ té dues arrels, indiqueu el valor d'aquestes arrels.
- (b) Dibuixeu aproximadament la gràfica de $f(x)$, mostrant clarament les coordenades del màxim i del mínim.
- (c) Deduïu dels apartats anteriors que $e^\pi > \pi^e$

Solució:

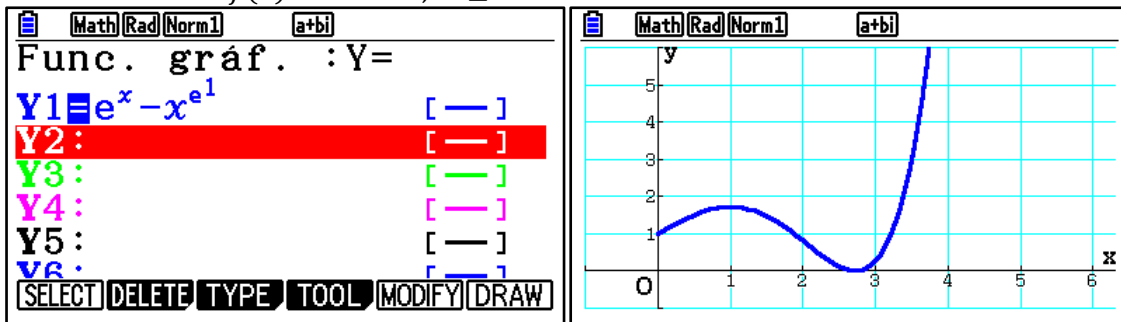
- (a) (i)

$$f'(x) = e^x - e \cdot x^{e-1}$$

- (a) (ii)

Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim la funció $f(x) = e^x - x^e, x \geq 0$

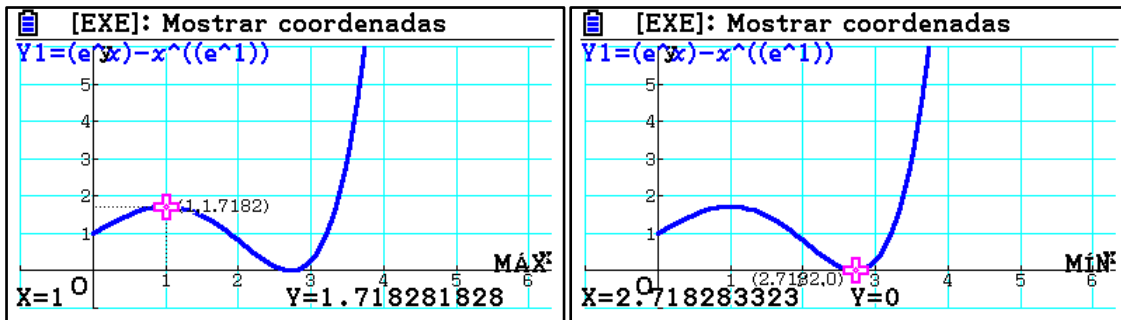


La funció és positiva i té un màxim i un mínim.

Aquests punts seran les arrels o zeros de l'equació $f'(x) = 0$

- (b)

Amb la funció *G-Solv* determinem el màxim i el mínim de la funció:



Les solucions de l'equació són $x = 0, x = e$

Les coordenades del màxim són $(1, e - 1)$

Les coordenades del mínim són $(e, 0)$

- c)

La funció és positiva $f(x) \geq 0$.

$$f(\pi) \geq 0$$

$$e^\pi - \pi^e \geq 0$$

$e^\pi > \pi^e$, ja que la igualtat s'assoleix quan $x = e$.