

Problema

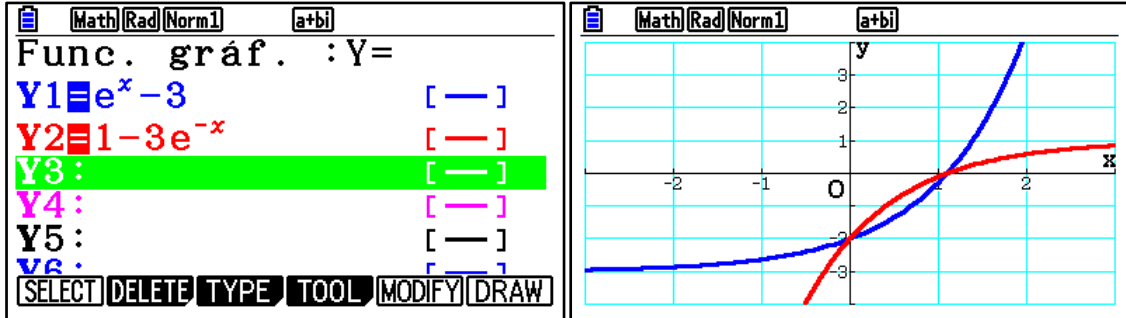
Siguen les funcions $f(x) = e^x - 3$, $g(x) = 1 - 3e^{-x}$, calculeu.

- a) Els punts intersecció d'ambdues funcions.
- b) L'àrea afitada per les dues funcions.

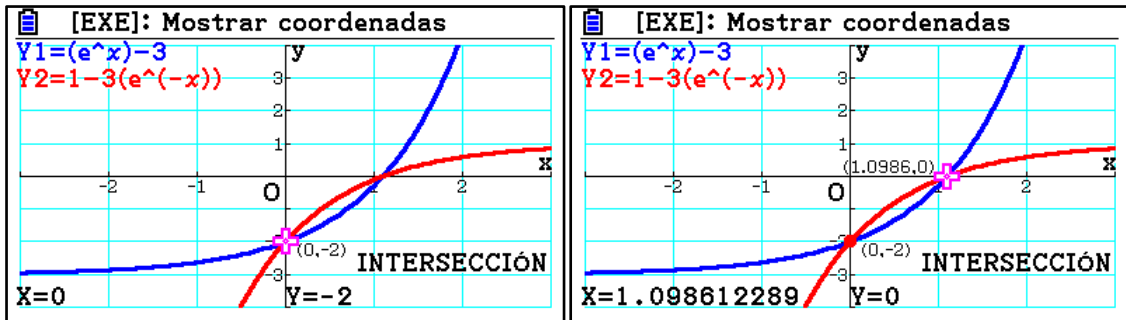
Solució:

Obrim el *Menú Gráfico*

Definim les funcions $f(x) = e^x - 3$, $g(x) = 1 - 3e^{-x}$.



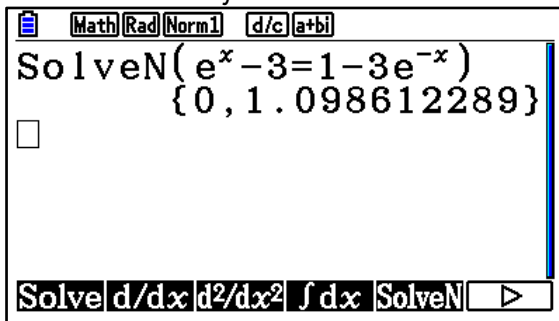
Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de les funcions.



Els punts intersecció són $(0, -2)$, $(1.0986, 0)$

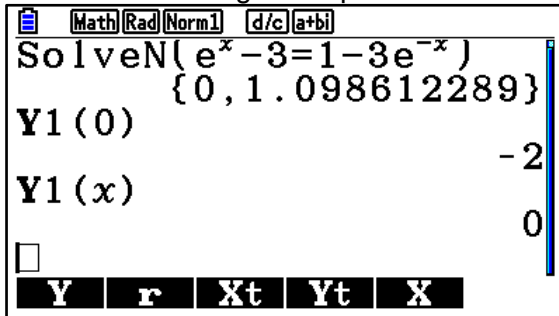
Determinem els punts intersecció resolent l'equació $e^x - 3 = 1 - 3e^{-x}$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*



La solució de l'equació és $x = 0, 1.098612289$

Calculem les imatges d'aquests valors.



Els punts intersecció són $(0, -2)$, $(1.0986, 0)$

Algebraicament:

$$e^x - 3 = 1 - 3e^{-x}$$

$$e^x - 3 = 1 - \frac{3}{e^x}$$

$$e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$$

Efectuant el canvi $a = e^x$, $a^2 - 4a + 3 = 0$

Resolent l'equació $a = 1, 3$.

Desfent el canvi:

$$e^x = 1, \text{ aleshores, } x = 0.$$

$$e^x = 3, \text{ aleshores, } x = \ln 3.$$

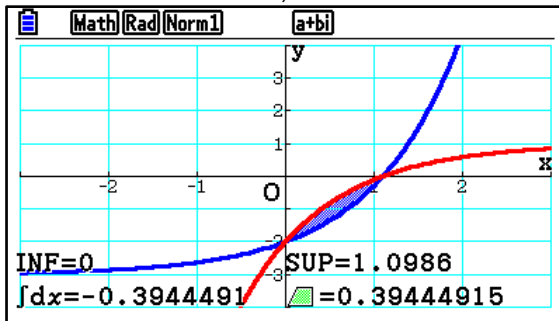
Substituint els valors en qualsevol de les dues funcions els punts intersecció són:

$(0, -2), (\ln 3, 0)$

b)

Obrim el *Menú Gráfico*.

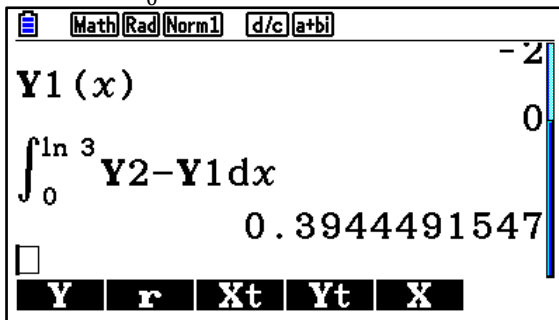
Amb la funció *G-Solv*, calculem l'àrea inclosa entre les dues corbes.



L'àrea d'ambdues corbes és $0.3944u^2$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Calculem $\int_0^{\ln 3} Y2 - Y1 dx$



L'àrea d'ambdues corbes és $0.3944u^2$

Algebraicament:

$$\int_0^{\ln 3} 1 - 3e^{-x} - (e^x - 3) dx = \int_0^{\ln 3} 4 - 3e^{-x} - e^x dx = 4x + 3e^{-x} - e^x \Big|_0^{\ln 3} = 4(\ln 3 - 1) \approx 0.3944$$