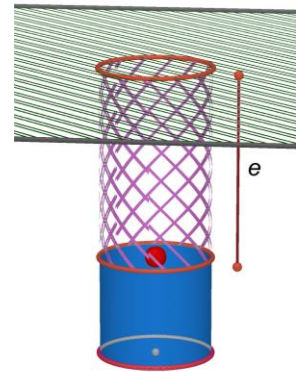


Problema

Per mesurar l'altura d'un pou Joan va deixar caure una pedra i va mesurar el temps que va transcórrer des del moment del llançament fins que va escoltar quan la pedra va batre l'aigua.



Per fer els càlculs va considerar les següents funcions:

$t_1 = \sqrt{\frac{e}{4,9}}$ representa el temps en segons que va tardar en

arribar a l'aigua (moviment de caiguda lliure). e és la fondària del pou en metres.

$t_2 = \frac{e}{340}$ representa el temps en segons que passa des de

que la pedra bat l'aigua i que Joan escolta el so (moviment uniforme). e és la fondària del pou en metres.

El temps total t és la suma dels dos temps.

a) Ompliu la següent taula.

e fondària del pou metres	t temps total segons
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	
90	
100	
e	t(e) =

b) Representeu la funció.

c) Calculeu la taxa de variació mitjana per al temps entre:

- 0 i 10 metres
- 20 i 30 metres
- 30 i 40 metres

Com varia la taxa mitjana a mesura que augmenta la profunditat.

d) A quina profunditat es troba l'aigua si Joan tarda 4 segons en escoltar el so.

e) Calculeu la taxa instantània per a

- 10 metres
- 50 metres

f) Calculeu la taxa instantània per a e metres.

Solució

a) b)

Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim la funció temps $t(e) = \sqrt{\frac{e}{4.9}} + \frac{e}{340}$. Representem la funció i calculem la taula.

Math Rad Norm1 a+bi

Func. gráf. :Y=

Y1 = $\sqrt{\frac{x}{4.9}} + \frac{x}{340}$ [—]

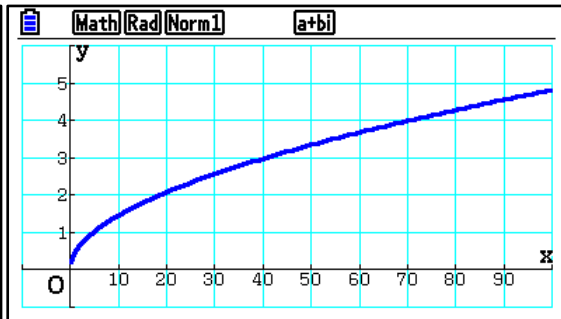
Y2: [—]

Y3: [—]

Y4: [—]

Y5: [—]

[SELECT] [DELETE] [TYPE] [TOOL] [MODIFY] [DRAW]



Obrim el *Menú Taula*.

Amb la funció *SET* ajustem la taula

Math Rad Norm1 d/c a+bi

Tabla func. :Y=

Y1 = $\sqrt{\frac{x}{4.9}} + \frac{x}{340}$ [—]

Y2: [—]

Y3: [—]

Y4: [—]

Y5: [—]

[SELECT] [DELETE] [TYPE] [STYLE] [SET] [TABLE]

Math Rad Norm1 d/c a+bi

Ajuste de tabla

X

Start: 0

End : 100

Step : 10

Math Rad Norm1 d/c a+bi

X	Y1
0	0
10	1.4579
20	2.0791
30	2.5625

0

[FORMULA] [DELETE] [ROW] [EDIT] [GPH-CON] [GPH-PLT]

Math Rad Norm1 d/c a+bi

X	Y1
70	3.9855
80	4.2759
90	4.5504
100	4.8116

100

[FORMULA] [DELETE] [ROW] [EDIT] [GPH-CON] [GPH-PLT]

Math Rad Norm1 d/c a+bi

X	Y1
40	2.9747
50	3.3414
60	3.6757
70	3.9855

70

[FORMULA] [DELETE] [ROW] [EDIT] [GPH-CON] [GPH-PLT]

c)

Obrim el *Menu Ejec-Mat*.

Calculem la taxa mitjana de variació de la funció:

$$\frac{Y1(10) - Y1(0)}{10 - 0}, \frac{Y1(30) - Y1(20)}{30 - 20}, \frac{Y1(40) - Y1(30)}{40 - 30}$$

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$$\frac{Y1(10) - Y1(0)}{10 - 0}$$

0.1457983193

Y r Xt Yt X

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$$\frac{Y1(30) - Y1(20)}{30 - 20}$$

0.04834649721

Y r Xt Yt X

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$$\frac{Y1(40) - Y1(30)}{40 - 30}$$

0.04121963253

Y r Xt Yt X

$$\frac{Y1(10) - Y1(0)}{10 - 0} \approx 0.1458 \text{ s/m}, \frac{Y1(30) - Y1(20)}{30 - 20} \approx 0.0483 \text{ s/m},$$
$$\frac{Y1(40) - Y1(30)}{40 - 30} \approx 0.0412 \text{ s/m}$$

Notem que la taxa mitjana disminueix.

d)

Per calcular la fondària al cap de 4 segons, resoldrem l'equació $\sqrt{\frac{x}{4.9}} + \frac{x}{340} = 4$

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$$\frac{40 - 30}{0.04121963253}$$

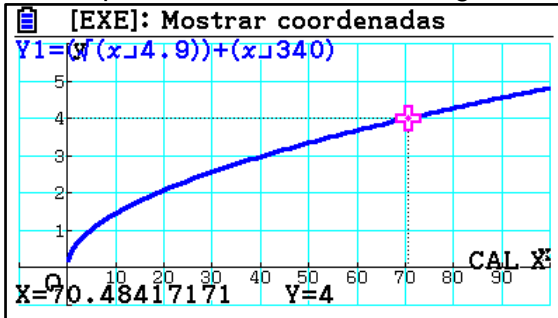
SolveN $\left(\sqrt{\frac{x}{4.9}} + \frac{x}{340} = 4 \right)$

{70.48417171}

Solve d/dx d2/dx2 ∫ dx SolveN ▶

La fondària del pou és aproximadament 70.48 m

També podem calcular la fondària gràficament amb la funció G-Solv.

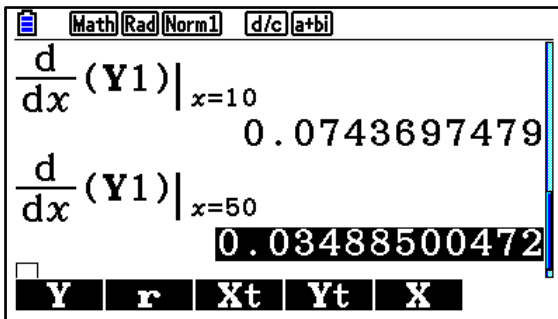


La fondària del pou és aproximadament 70.48 m

e)

La taxa instantània de variació és la derivada de la funció.

Calculem $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=10}$, $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=50}$



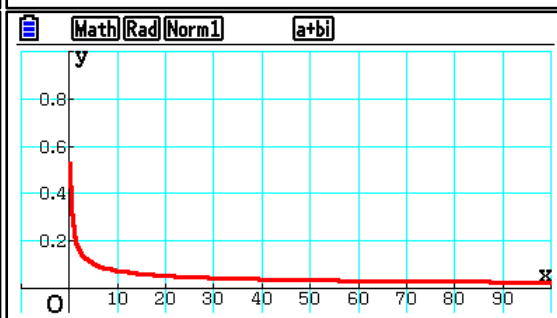
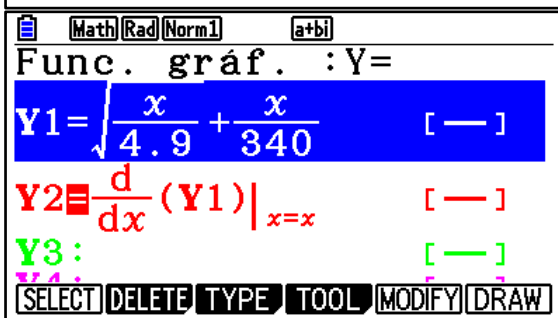
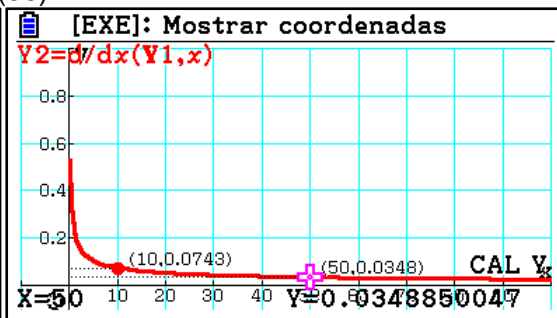
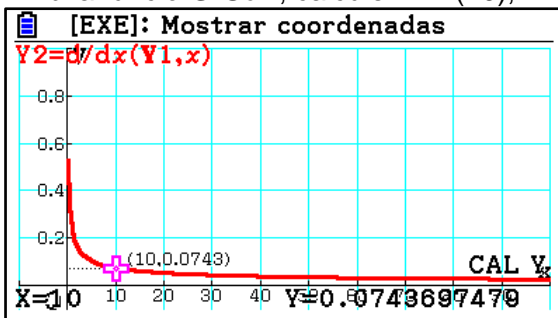
Aleshores, $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=10} \approx 0.0744 \text{ s/m}$, $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=50} \approx 0.0349 \text{ s/m}$

L'exercici es pot resoldre gràficament.
Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim la funció derivada de la funció temps $Y2 = \frac{d}{dx}(Y1)|_{x=x}$

Representem la funció Y2

Amb la funció G-Solv, calculem Y2(10), Y2(50)



$$\text{Aleshores, } \left. \frac{d}{dx}(Y1) \right|_{x=10} \approx 0.0744 \text{ s/m}, \quad \left. \frac{d}{dx}(Y1) \right|_{x=50} \approx 0.0349 \text{ s/m}$$

f)

La taxa instantània és la derivada de la funció temps.

$$t'(e) = \frac{1}{340} + \sqrt{\frac{5}{98e}}$$

$$t'(e) = \frac{1}{340} + \frac{\sqrt{10}}{14} \frac{1}{\sqrt{e}}$$