

**Problema**

Determineu l'equació de la recta que passa pel punt  $A(2, -4, -1)$  i pel punt mig del segment de la recta  $\begin{cases} 3x + 4y + 5z - 26 = 0 \\ 3x - 3y - 2z - 5 = 0 \end{cases}$  contingut entre els plans  $\pi \equiv 5x + 3y - 4z + 11 = 0, \sigma \equiv 5x + 3y - 4z + 41 = 0$

Solució:

Obrim el *Menú Ecuación*.

Resolem el sistema format per les equacions de la recta per determinar l'equació paramètrica:

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>  <math>a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n</math>  <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">a</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">b</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">d</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">26</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">0</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>SOLVE</span> <span>DELETE</span> <span>CLEAR</span> <span>EDIT</span> </div> </div>		a	b	c	d	1	3	4	5	26	2	3	-3	-2	5	3	0	0	0	0	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>  <math>a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n</math>                  Soluciones                  Infinitas  <div style="background-color: black; color: white; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <math>X = \frac{14}{3} - \frac{1}{3}Z</math> </div> <math>Y = 3 - Z</math>  <math>Z = 7</math>  <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>REPEAT</span> </div> </div>
	a	b	c	d																	
1	3	4	5	26																	
2	3	-3	-2	5																	
3	0	0	0	0																	

L'equació paramètrica és:

$$\begin{cases} x = \frac{14}{3} - \alpha \\ y = 3 - 3\alpha \\ z = 3\alpha \end{cases}$$

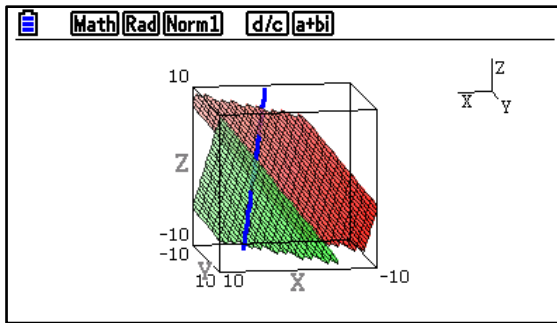
Notem que els plànol són paral·lels ja que

$$\frac{5}{5} = \frac{3}{3} = \frac{-4}{-4} \neq \frac{11}{-41}$$

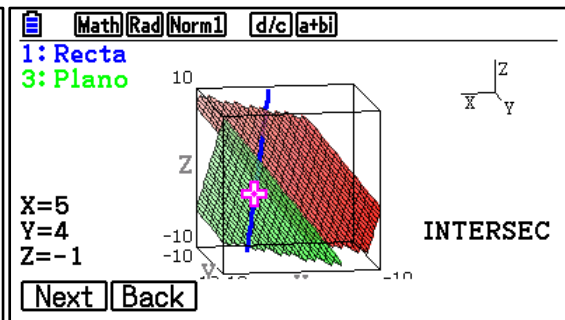
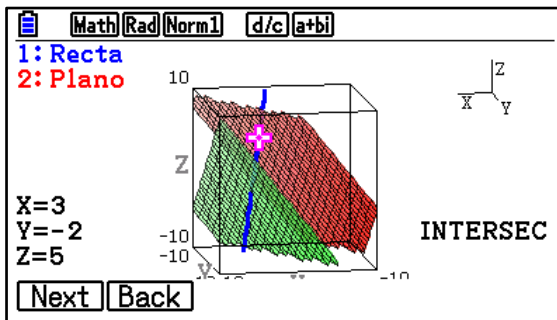
Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim la recta i els dos plànols.

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>  <math>\frac{X-X_0}{a} = \frac{Y-Y_0}{b} = \frac{Z-Z_0}{c}</math>  <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">X<sub>0</sub></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Y<sub>0</sub></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Z<sub>0</sub></td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">[ 4.66666</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">0 ]</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">[ -1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">3 ]</td> <td></td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">3</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>EXPRESS</span> <span>VECTOR</span> <span>P&amp;V</span> <span>POINTS</span> <span>EDIT</span> <span>SET</span> </div> </div>		X <sub>0</sub>	Y <sub>0</sub>	Z <sub>0</sub>			[ 4.66666	3	0 ]			[ -1	-3	3 ]		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>  <math>aX + bY + cZ + d = 0</math>  <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">a</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">b</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">d</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">[ 5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td style="text-align: center;">11 ]</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">11</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>EXPRESS</span> <span>VECTOR</span> <span>POINTS</span> <span>EDIT</span> <span>SET</span> </div> </div>		a	b	c	d		[ 5	3	-4	11 ]
	X <sub>0</sub>	Y <sub>0</sub>	Z <sub>0</sub>																							
	[ 4.66666	3	0 ]																							
	[ -1	-3	3 ]																							
	a	b	c	d																						
	[ 5	3	-4	11 ]																						
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>  <math>aX + bY + cZ + d = 0</math>  <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">a</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">b</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">d</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">[ 5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td style="text-align: center;">-41 ]</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">-41</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>EXPRESS</span> <span>VECTOR</span> <span>POINTS</span> <span>EDIT</span> <span>SET</span> </div> </div>		a	b	c	d		[ 5	3	-4	-41 ]	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <span style="font-size: small;">Math Rad Norm1 d/c a+bi</span>                  Gráfico 3D  <div style="color: red; font-weight: bold;">2 Plano [—]</div> <math display="block">\frac{5}{+} X + \frac{3}{-4} Y + \frac{11}{Z} = 0</math> <div style="background-color: green; color: white; padding: 2px; font-weight: bold;">3 Plano [—]</div> <math display="block">\frac{5}{+} X + \frac{3}{-4} Y + \frac{-41}{Z} = 0</math> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> <span>SELECT</span> <span>DELETE</span> <span>TYPE</span> <span>3D-GMEM</span> <span>DRAW</span> </div> </div>															
	a	b	c	d																						
	[ 5	3	-4	-41 ]																						



Amb la funció  $G\text{-Solv}$  determinem el punt intersecció de la recta i cadascun dels plànols.



Els punts intersecció són:

$$P_1(3, -2, 5), P_2(5, 4, -1)$$

El punt mig del segment  $\overline{P_1P_2}$  té coordenades:

$$M(4, 1, 2)$$

La recta que passa per  $A(2, -4, -1)$  i  $M(4, 1, 2)$  té direcció  $\overrightarrow{AM} = (2, 5, 3)$

L'equació de la recta és:

$$r \equiv (x, y, z) = (2, -4, -1) + \alpha(2, 5, 3)$$