

Determineu l'equació de l'esfera de radi $r = 3$, que és tangent al pla
 $x + 2y + 2z + 3 = 0$ en el punt $A(1, 1, -3)$

Solució:

El centre de l'esfera pertany a la recta perpendicular al pla en el punt $A(1, 1, -3)$

La recta té per vector director el característic del pla, $a = (1, 2, 2)$

La seua equació paramètrica és:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 + 2\alpha \\ z = -3 + 2\alpha \end{cases}$$

Un punt qualsevol de la recta r és:

$$P(1 + \alpha, 1 + 2\alpha, -3 + 2\alpha)$$

$$\overrightarrow{AP} = (\alpha, 2\alpha, 2\alpha)$$

El radi de l'esfera és:

$$r = \|\overrightarrow{AP}\| = 3$$

$$\sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2 + 4\alpha^2} = 3$$

Resolent l'equació:

$$\alpha = 1, -1$$

El problema de dues solucions.

Si $\alpha = 1$

L'esfera de centre $O_1(2, 3, -1)$

La seua equació és:

$$C_1 \equiv (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 3^2$$

Si $\alpha = -1$

L'esfera de centre $O_2(0, -1, -5)$

La seua equació és:

$$C_2 \equiv x^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 3^2$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim el pla $x + 2y + 2z + 3 = 0$ i les esferes

$$C_1 \equiv (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 3^2$$

$$C_2 \equiv x^2 + (y + 1)^2 + (z + 5)^2 = 3^2$$

