Demostreu que el plànol $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ és tangent a l'esfera
$x^2 + y^2 + z^2 = 49$
Calculeu les coordenades del punt de tangència.

Solució:
l'esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ té centre $O(0,0,0)$ i radi $r = 7$.

El plànol és tangent si la distància del centre de l'esfera al plànol és igual al radi.
La distància del centre $O(0,0,0)$ al plànol $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ és:

$$d = \frac{|2 \cdot 0 - 6 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 49|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} = 7$$

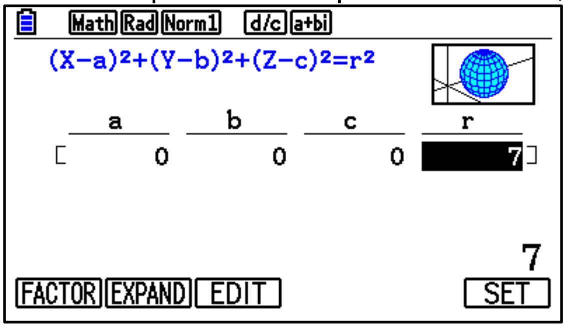
Aleshores el plànol és tangent a l'esfera.

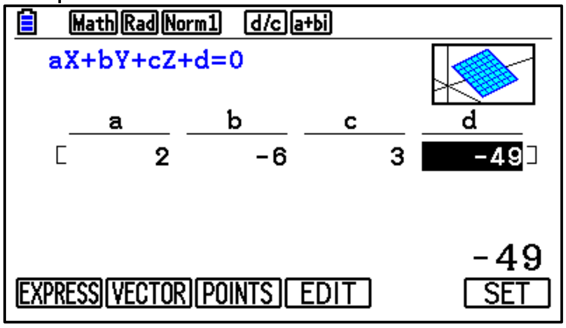
Per calcular el punt de tangència calcularem la intersecció del plànol $2x - 6y + 3z - 49 = 0$ i la recta perpendicular al plànol que passa pel centre de l'esfera:

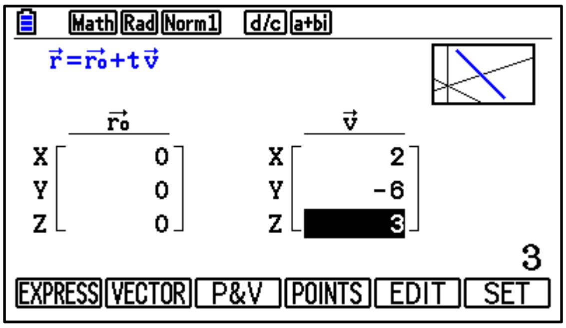
La recta passa pel punt $O(0,0,0)$ i té direcció el vector característic del plànol,
$a = (2, -6, 3)$
La seua equació és
$r \equiv (x, y, z) = (0,0,0) + \alpha(2, -6, 3)$

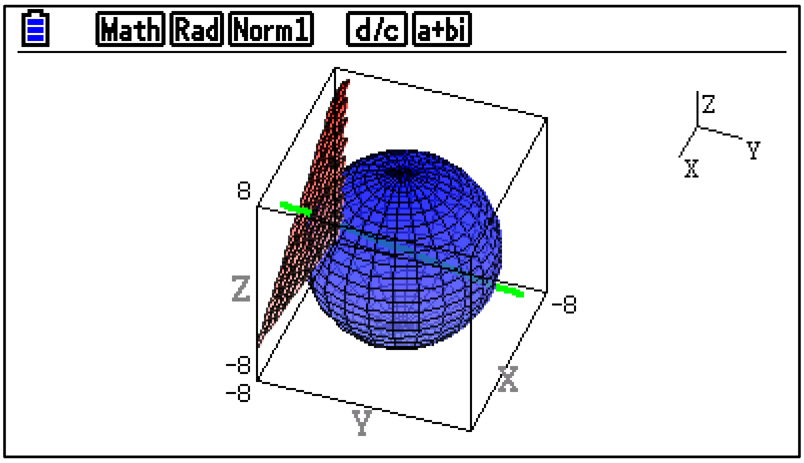
$(x, y, z) = (2\alpha, -6\alpha, 3\alpha)$
Substituint les coordenades en l'equació del plànol:
$2 \cdot (2\alpha) - 6(-6\alpha) + 3(3\alpha) - 49 = 0$
Resolent l'equació $\alpha = 1$
El punt de tangència de coordenades $P(2, -6, 3)$

Obrim el *Menú Gràfico 3D*.
Definim i representem l'equació de l'esfera, del plànol i de la recta.

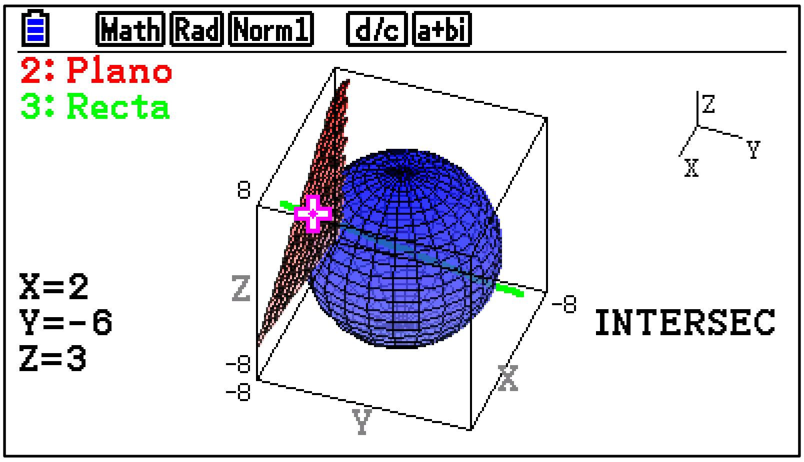








Determinem amb la funció *G-Solv* la intersecció de la recta i el plànol:



El punt de tangència de coordenades $P(2, -6, 3)$