

Una esfera té el centre en la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases}$ i és tangent als plànols $\Pi \equiv x + 2y - 2z - 2 = 0$, $\Omega \equiv x + 2y - 2z + 4 = 0$. Determineu la seua equació:

Solució:

Determinem l'equació paramètrica de la recta r .

Obrim el *Menú Ecuación*

Math Rad Norm1 d/c a+bi

Ecuación

Seleccionar tipo $x^2 + bx + c = 0$

F1: Simultáneo
F2: Polinomio
F3: Resolver

SIMUL POLY SOLVER

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$

| | a | b | c | d |
|---|---|---|----|----|
| 1 | 2 | 4 | -1 | 7 |
| 2 | 4 | 5 | 1 | 14 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |

0

SOLVE DELETE CLEAR EDIT

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$

Soluciones
Infinitas

$X = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}Z$

$Y = Z$

$Z = 7$

REPEAT

L'equació paramètrica de la recta r és:

$$r \equiv \begin{cases} x = \frac{7}{2} - 3\alpha \\ y = 2\alpha \\ z = 2\alpha \end{cases}$$

Els dos plànols són paral·lels ja que $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{-2}{4}$

Obrim el *Menú Geometria 3D*

Definim els dos plànols i la recta.

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX + bY + cZ + d = 0$

| a | b | c | d |
|---|---|----|----|
| 1 | 2 | -2 | -2 |

1

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX + bY + cZ + d = 0$

| a | b | c | d |
|---|---|----|---|
| 1 | 2 | -2 | 4 |

4

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

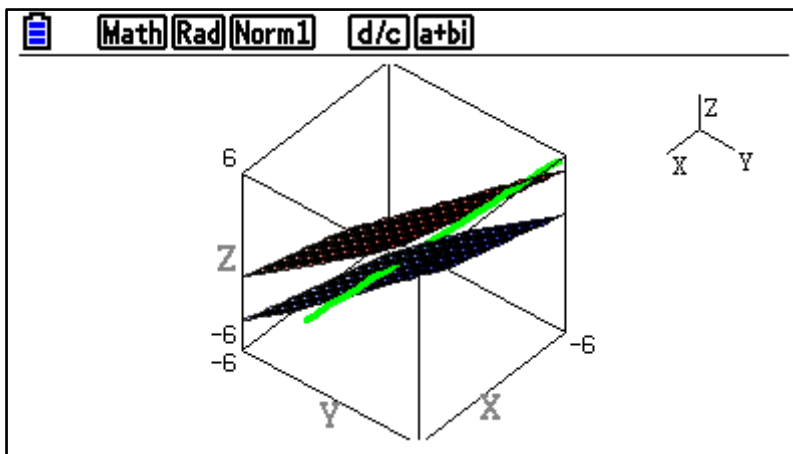
Math Rad Norm1 d/c a+bi

Punto de paso (Xo, Yo, Zo)
 Vector direcció [a, b, c]

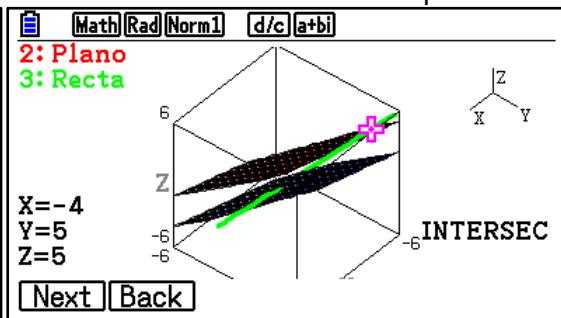
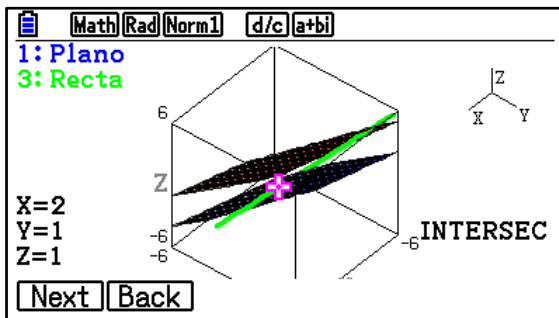
| | | |
|-------|----|-----|
| Xo | Yo | Zo |
| [3.5 | 0 | 0] |
| a | b | c |
| [-3 | 2 | 2] |

2

EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET



Amb la funció G-Solv determinem la intersecció de la recta i cadascun dels plans.



Les coordenades del punt intersecció del plànel $\Pi \equiv x + 2y - 2z - 2 = 0$ i la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases} \text{ és:}$$

$P(2, 1, 1)$

Les coordenades del punt intersecció del plànel $\Omega \equiv x + 2y - 2z + 4 = 0$ i la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases} \text{ és:}$$

$Q(-4, 5, 5)$

El centre de l'esfera és el punt mig del segment \overline{PQ} . Les seues coordenades són:

$O(-1, 3, 3)$

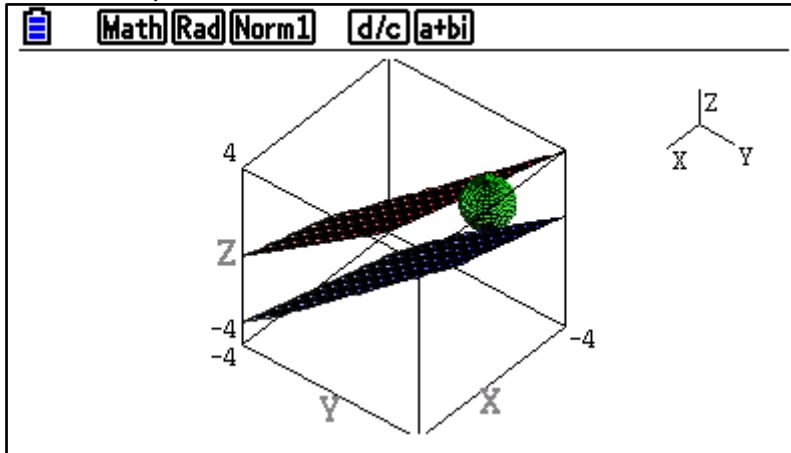
El radi és igual a la distància del centre $O(-1, 3, 3)$ al plànel $\Pi \equiv x + 2y - 2z - 2 = 0$

$$r = \left| \frac{-1 + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} \right| = 1$$

L'equació de l'esfera és:

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 1^2$$

Definim i representem l'esfera:



Per calcular els punts intersecció de la recta r i cadascun dels plànol es poden resoldre els sistemes format per la recta i cadascun dels plànols:

Obrim el Menú Ecuación:

| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + C_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 20%; text-align: center;">a</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">b</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">c</th> <th style="width: 35%; text-align: center;">d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: right;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">14</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">2</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; margin-top: 5px;"> SOLVE DELETE CLEAR EDIT </div> </div> | | a | b | c | d | 1 | 2 | 4 | -1 | 7 | 2 | 4 | 5 | 1 | 14 | 3 | 1 | 2 | -2 | 2 | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + C_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tbody> <tr> <td style="width: 5%; text-align: right;">X</td> <td style="width: 95%; text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Y</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Z</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">2</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; margin-top: 5px;"> REPEAT </div> </div> | X | 2 | Y | 1 | Z | 1 |
|--|---|---|----|----|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | c | d | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 4 | -1 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 4 | 5 | 1 | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 1 | 2 | -2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Y | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Z | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Les coordenades del punt intersecció del plànol $\Pi \equiv x + 2y - 2z - 2 = 0$ i la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases} \text{ és:}$$

$P(2, 1, 1)$

| <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + C_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 20%; text-align: center;">a</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">b</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">c</th> <th style="width: 35%; text-align: center;">d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: right;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">14</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-4</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">-4</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; margin-top: 5px;"> SOLVE DELETE CLEAR EDIT </div> </div> | | a | b | c | d | 1 | 2 | 4 | -1 | 7 | 2 | 4 | 5 | 1 | 14 | 3 | 1 | 2 | -2 | -4 | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + C_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tbody> <tr> <td style="width: 5%; text-align: right;">X</td> <td style="width: 95%; text-align: center;">-4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Y</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Z</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">-4</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; margin-top: 5px;"> REPEAT </div> </div> | X | -4 | Y | 5 | Z | 5 |
|--|----|---|----|----|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|----|---|---|----|---|---|---|---|
| | a | b | c | d | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 4 | -1 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 4 | 5 | 1 | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 1 | 2 | -2 | -4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X | -4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Y | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Z | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Les coordenades del punt intersecció del plànol $\Omega \equiv x + 2y - 2z + 4 = 0$ i la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z - 7 = 0 \\ 4x + 5y + z - 14 = 0 \end{cases} \text{ és:}$$

$Q(-4, 5, 5)$