En l'esfera d'equació $E \equiv (x-1)^2 + (y+2)^2 + (x-3)^2 = 25$ determineu el punt M més pròxim al plànol $\Pi \equiv 3x - 4y + 19 = 0$ i calculeu la distància del punt M a aquest plànol.

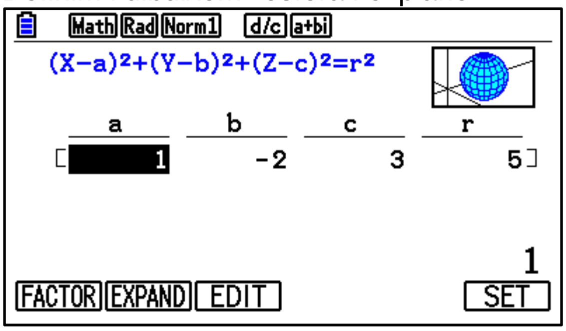
Solució:
L'esfera té centre el punt $O(1, -2, 3)$ i radi $r = 5$

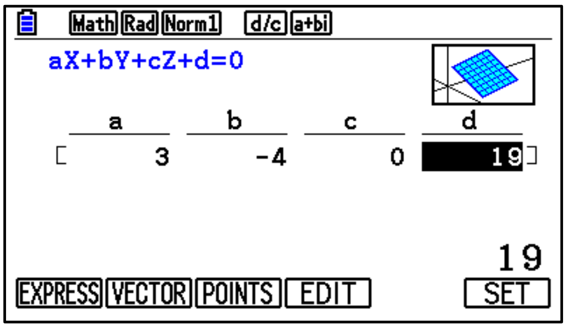
Vegem que el plànol és exterior a l'esfera.
Calculem la distància del centre $O(1, -2, 3)$ al plànol $\Pi \equiv 3x - 4y + 19 = 0$

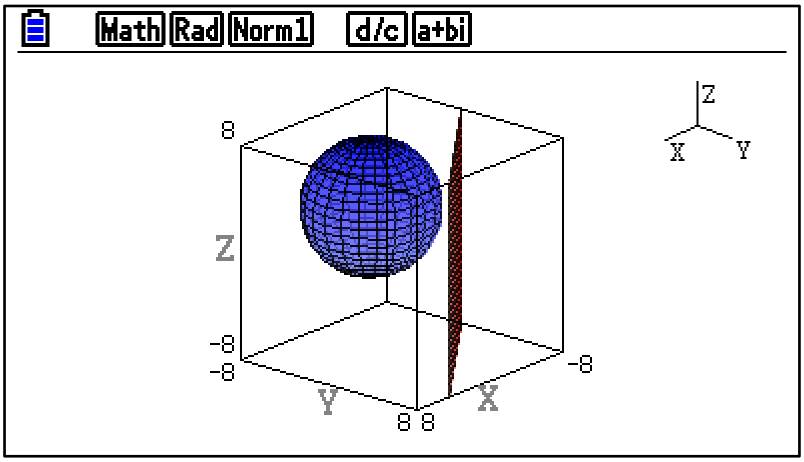
$$d(O, \Pi) = \left| \frac{3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) + 0 \cdot 3 + 19}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2}} \right| = 6$$

$d(O, \Pi) = 6 > r = 5$
Aleshores, el plànol és exterior a l'esfera.

Obrim el *Menú Gráfico 3D*
Definim i dibuixem l'esfera i el plànol.







La recta perpendicular al plànol $\Pi \equiv 3x - 4y + 19 = 0$ que passa pel centre $O(1, -2, 3)$ té vector director el característic del plànol $a = (3, -4, 0)$.
La seua equació és:
$r \equiv (x, y, z) = (1, -2, 3) + \alpha(3, -4, 0)$
Un punt qualsevol de la recta té coordenades:
$M(1 + 3\alpha, -2 - 4\alpha, 3)$
Substituint les coordenades del punt en l'equació del plànol:
$(3\alpha)^2 + (-4\alpha)^2 = 25$
Resolent l'equació:
$\alpha = 1, -1$

Si $\alpha = 1$ el punt intersecció té coordenades $M_1(4, -6, 3)$
Si $\alpha = -1$ el punt intersecció té coordenades $M_2(-2, 2, 3)$

Calculem la distància del punt $M_1(4,-6,3)$ al plànol $\Pi \equiv 3x-4y+19=0$

$$d(M_1,\Pi)=\left|\frac{3\cdot 4-4\cdot(-6)+0\cdot 3+19}{\sqrt{3^2+(-4)^2+0^2}}\right|=11$$

Calculem la distància del punt $M_2(-2,2,3)$ al plànol $\Pi \equiv 3x-4y+19=0$

$$d(M_2,\Pi)=\left|\frac{3\cdot(-2)-4\cdot 2+0\cdot 3+19}{\sqrt{3^2+(-4)^2+0^2}}\right|=1$$

El punt més pròxim al plànol $\Pi \equiv 3x-4y+19=0$ és $M_2(-2,2,3)$