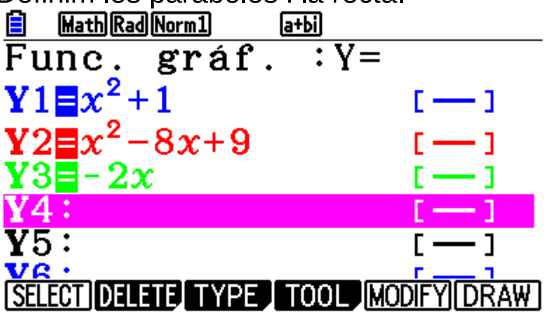
Donades les parà boles $y = x^2 + 1, y = x^2 - 8x + 9$, siga la recta r tangent comuna a les dues paràboles.
Calculeu l'àrea afitada per les dues paràboles i la recta.

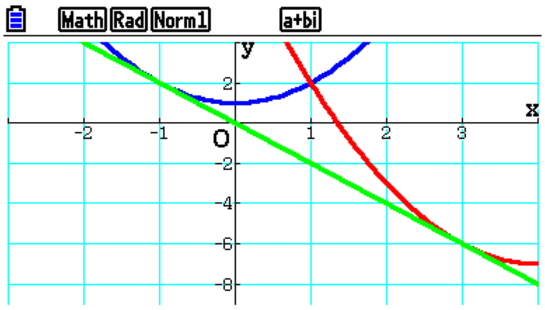
Solució:
La recta tangent a la paràbola $y = x^2 + 1$ en $x = x_0$ té equació:
$y = 2x_0(x - x_0) + {x_0}^2 + 1$
Simplificant:
$y = 2x_0 x - {x_0}^2 + 1$

La recta tangent a la paràbola $y = x^2 - 8x + 9$ en $x = x_1$ té equació:
$y = (2x_1 - 8)(x - x_1) + {x_1}^2 - 8x_1 + 9$
Simplificant:
$y = (2x_1 - 8)x - {x_1}^2 + 9$

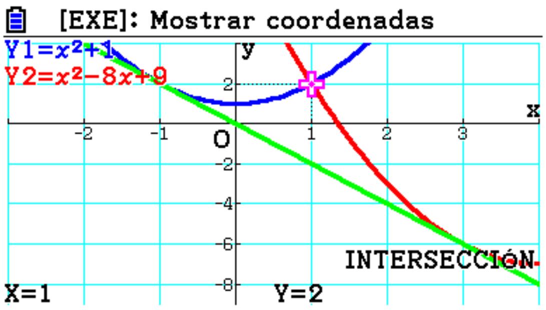
Les dues rectes són iguals. Tenen el mateix pendent i la mateixa ordenada a l'origen.
$$\begin{cases} 2x_0 = 2x_1 - 8 \\ -{x_0}^2 + 1 = -{x_1}^2 + 9 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_0 - x_1 = -4 \\ {x_0}^2 - {x_1}^2 = -8 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_0 - x_1 = -4 \\ (x_0 + x_1)(x_0 - x_1) = -8 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_0 - x_1 = -4 \\ x_0 + x_1 = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_1 = 3 \end{cases}$$
La recta tangent comuna té equació:
$y = -2x$

Obrim el *Menú Gráfico*
Definim les paràboles i la recta.



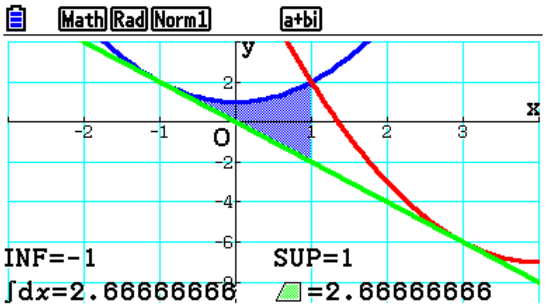


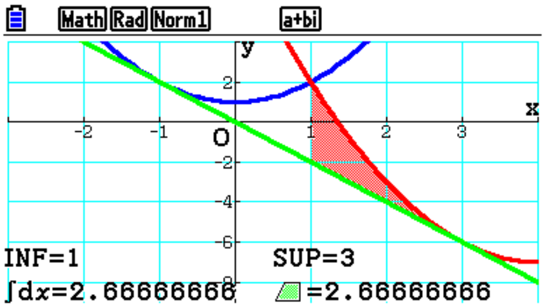
Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de les dues paràboles:



La intersecció és (1,2)

Amb la funció *G-Solv* calculem l’àrea comuna:



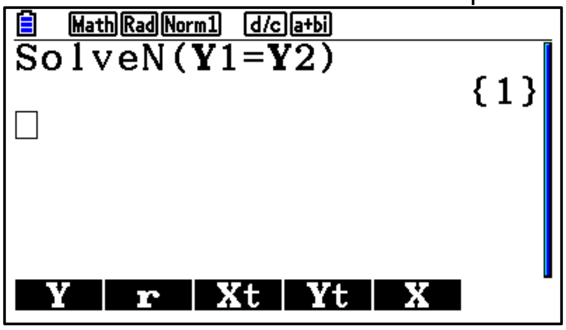


L’àrea comuna és:

$$S = \frac{16}{3}$$

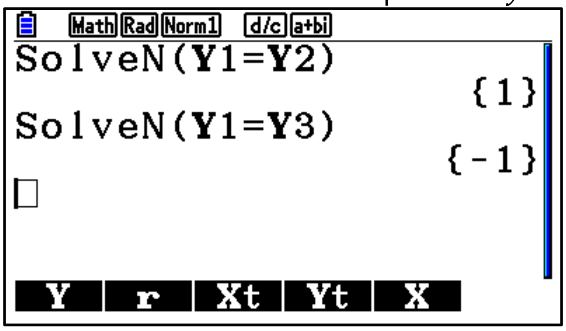
Solució 2:

Calculem la intersecció de les dues paràboles:



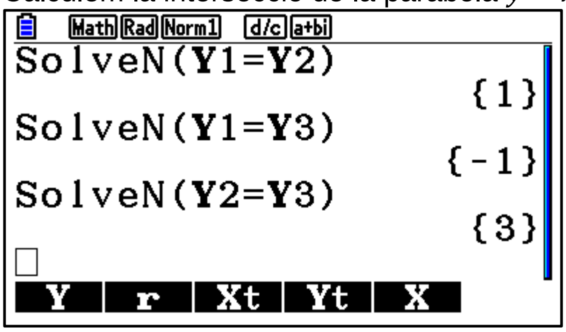
La intersecció s’assoleix quan $x = 1$

Calculem la intersecció de la paràbola $y = x^2 + 1$i la recta tangent:



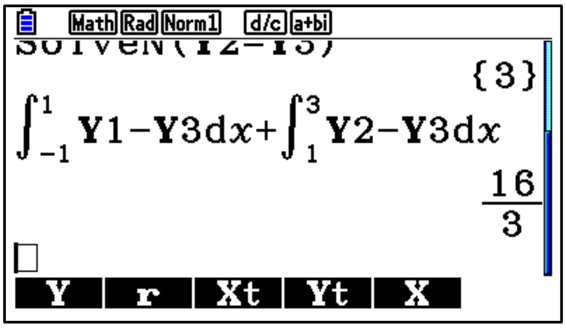
La intersecció s’assoleix quan $x = -1$

Calculem la intersecció de la paràbola $y = x^2 - 8x + 9$ i la recta tangent:



La intersecció s’assoleix quan $x = 3$

Calculem l’àrea afitada:



L’àrea afitada és:

$$S = \frac{16}{3}$$