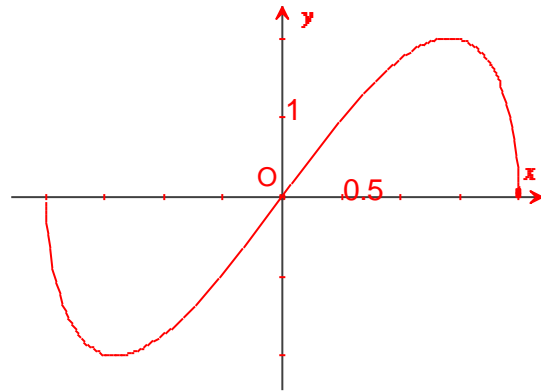


Siga la funció $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

1. Calculeu el màxim i el mínim de la funció $f(x)$
2. Siga l'origen O el centre de simetria de la funció. Calculeu en graus sexagesimals l'angle de la tangent en O a la funció $f(x)$ i l'eix positiu d'abscisses.
3. Siga dibuixeu la gràfica de la corba $y^2 = x^2(4-x^2)$ i calculeu l'àrea afitada per la corba.
4. Siga $h(x) = \sin(f(x))$, $0 \leq x \leq 2$. Calculeu els punts tals que $h(x) = 1$. La gràfica de $h(x)$ presenta mínim, absolut o relatiu? Per a quins valors de k l'equació $h(x) = k$ té quatre solucions.



Solució:

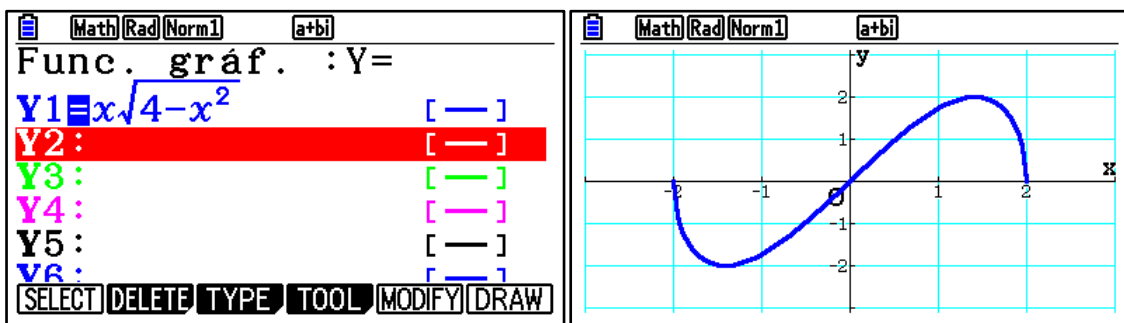
1.

El domini de la funció $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ és $\{x \in \mathbb{R} / 4-x^2 \geq 0\} = [-2, 2]$

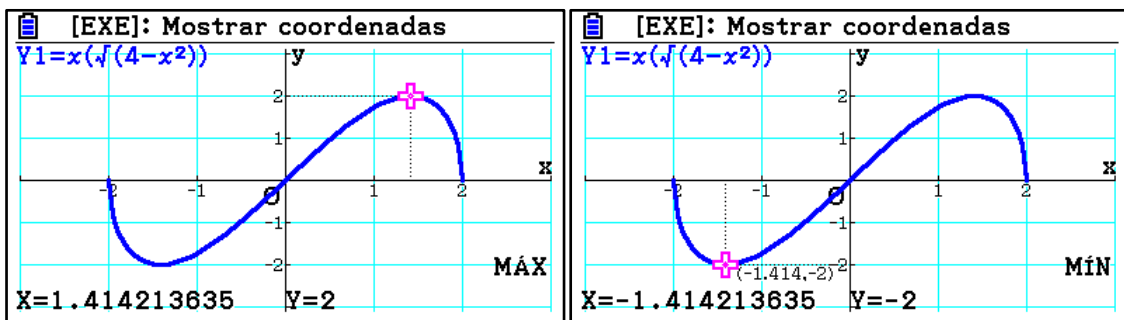
La funció és simètrica respecte de l'origen de coordenades ja que $f(-x) = -f(x)$

Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim la funció $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$



Amb la funció *G-Solv* determinem el màxim relatiu i el mínim relatiu de la funció que són absoluts.



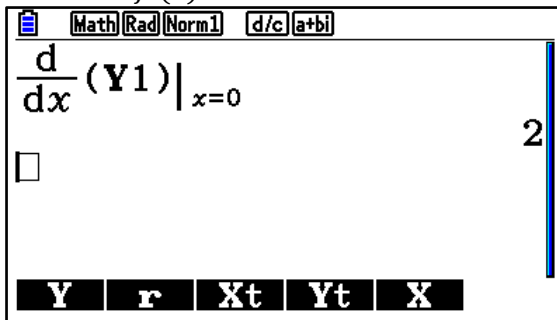
El màxim s'assoleix en el punt $(\sqrt{2}, 2)$

El mínim s'assoleix en el punt $(-\sqrt{2}, -2)$

2.

Obrim el Menú *Ejec-Mat*.

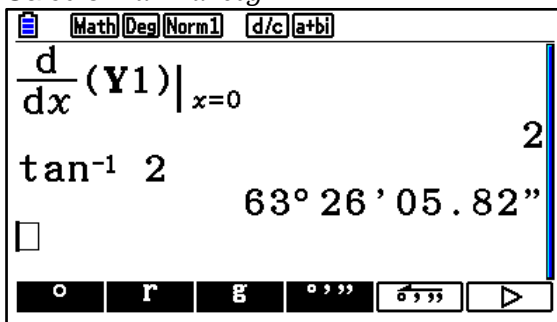
Calculem $f'(0)$



El pendent de la recta tangent és -2

Siga α l'angle que forma la recta tangent en l'origen de coordenades i l'eix positiu d'abscisses, $tg \alpha = 2$

Calculem $\alpha = \arctg 2$



$$\alpha = \arctg 2 \approx 63^{\circ}26'$$

3.

Siga $y^2 = x^2(4 - x^2)$

$$y = \pm x\sqrt{4 - x^2}$$

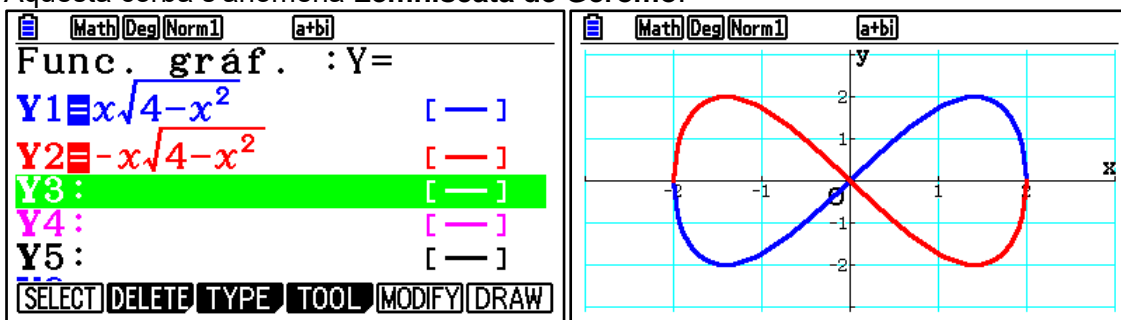
Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim la funció $g(x) = -x\sqrt{4 - x^2}$

La corba de la funció està formada per les funcions

$$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}, g(x) = -x\sqrt{4 - x^2}$$

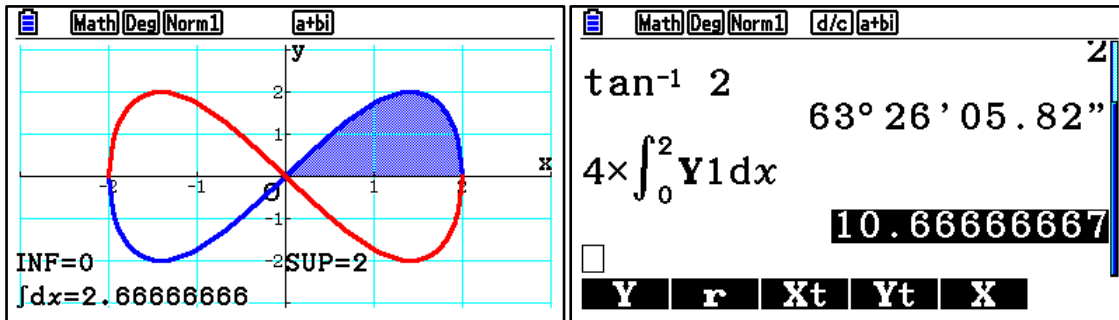
Aquesta corba s'anomena **Lemniscata de Geromo**.



L'àrea afitada per la corba $y^2 = x^2(4 - x^2)$ és:

$$S = 4 \int_0^2 f(x) dx$$

Amb la funció G-Solv calclem l'àrea:



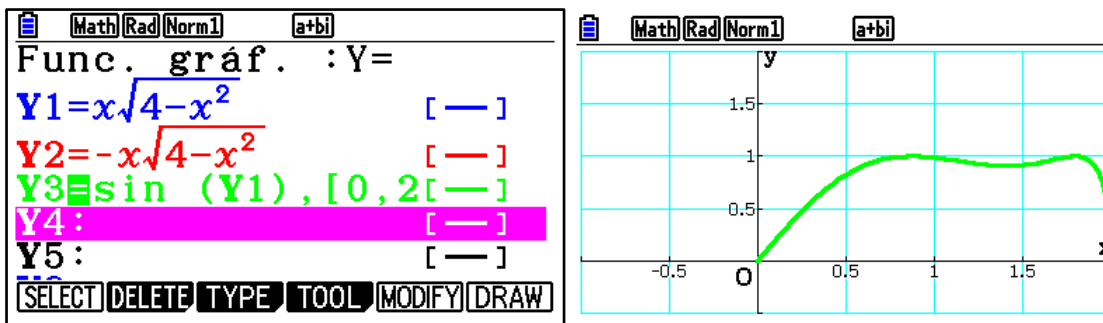
L'àrea és

$$S = 4 \cdot \frac{8}{3} = \frac{32}{3} \approx 10.67$$

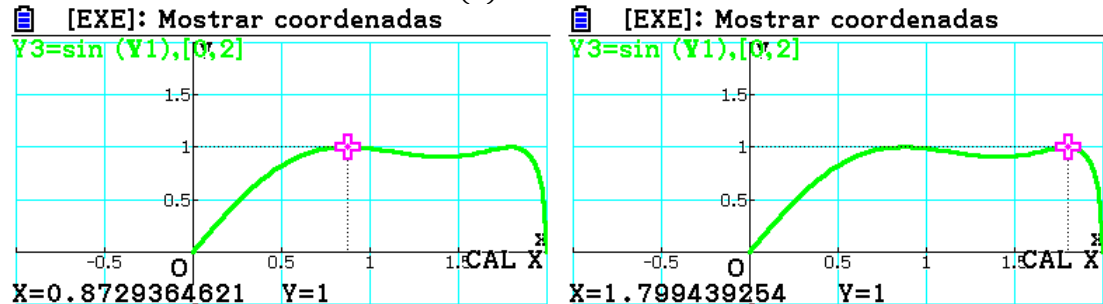
4.

Obrim el Menú Gráfico

Definim i representem la funció $h(x) = \sin(f(x))$, $0 \leq x \leq 2$

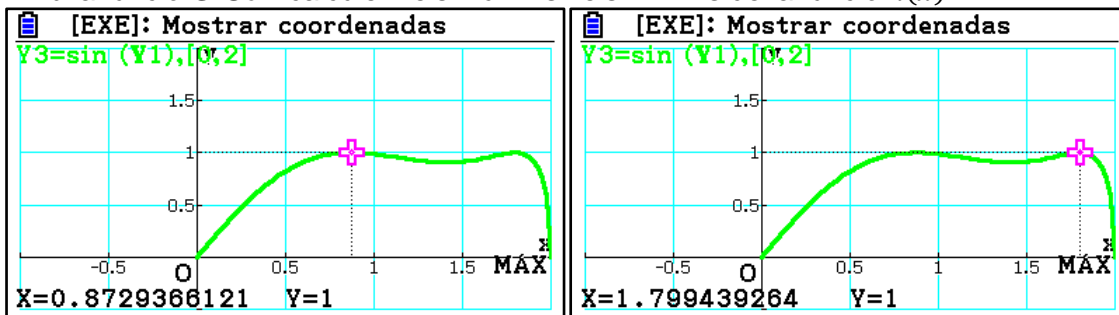


Amb la funció G-Solv calclem $h^{-1}(1)$

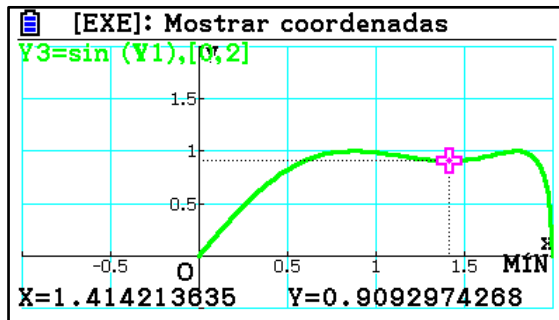


Els punts tals que $h(x) = 1$ s'assoleixen quan $x \approx 0.8729, 1.7994$

Amb la funció G-Solv calclem els màxims i els mínims de la funció $h(x)$



Els màxims relatius s'assoleixen quan
 $x \approx 0.8729, 1.7994$
Totsdós són absoluts.



El mínim relatiu s'assoleixen quan
 $x \approx 1.4142$
Els mínims absoluts s'assoleixen quan
 $x = 0, 2$

Els valors k a fi que l'equació $h(x) = k$ tinga quatre solucions, s'assoleixen entre el mínim i el màxim relatiu.
 $k \in]0.9093, 1[$