

Determineu el punt O del plànel $\pi \equiv x + y + z = 1$ que equidista dels punts $A(1, -1, 2)$, $B(3, 1, 2)$, $C(1, 1, 0)$. Determineu l'equació de l'esfera de centre el punt O anterior que passa pels tres punts A, B, C.

Solució:

El punt O és la intersecció dels plànols mediadors als segments \overline{AB} i \overline{AC} i el plànel $\pi \equiv x + y + z = 1$

El plànel mediador al segment \overline{AB} té vector característic el vector $\overline{AB} = (2, 2, 0)$ i passa pel punt mig M del segment \overline{AB} , $M(2, 0, 2)$.

La seua equació és:

$$\pi_M \equiv 2(x - 2) + 2(y - 0) + 0(z - 1) = 0$$

Simplificant:

$$\pi_M \equiv x + y = 2$$

El plànel mediador al segment \overline{AC} té vector característic el vector $\overline{AC} = (0, 2, -2)$ i passa pel punt mig N del segment \overline{AC} , $N(1, 0, 1)$.

La seua equació és:

$$\pi_N \equiv 0(x - 1) + 2(y - 0) - 2(z - 1) = 0$$

Simplificant:

$$\pi_N \equiv y - z = -1$$

Per determinar les coordenades del centre O, resollem el sistema format pels tres plànols.

Obrim el *Menú Ecuación*

El centre té coordenades $O(4, -2, -1)$

El radi és $r = OA$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{14}$$

L'equació de l'esfera és:

$$E \equiv (x - 4)^2 + (x + 2)^2 + (z + 1)^2 = 14$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i dibuixem el plànel que conté el centre i l'esfera.

