

El punt $C(1, -1, -2)$ és el centre d'una circumferència que talla la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + 2z - 12 \\ 4x - 7y - z + 6 = 0 \end{cases} \text{ una corda de longitud 8.}$$

Determineu l'equació de la circumferència.

Solució.

Obrim el *Menú Ecuación*.

Determinem l'equació paramètrica de la recta, resolent el sistema

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 20%; text-align: center;">a</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">b</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">c</th> <th style="width: 25%; text-align: center;">d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">12</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">-7</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-6</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">0</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> SOLVE DELETE CLEAR EDIT </div> </div>		a	b	c	d	1	2	-1	2	12	2	4	-7	-1	-6	3	0	0	0	0	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$ Soluciones Infinitas <div style="background-color: black; color: white; padding: 5px; margin: 5px 0;"> $X = 9 - \frac{3}{2}Z$ </div> $Y = 6 - Z$ $Z = 7$ <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> REPEAT </div> </div>
	a	b	c	d																	
1	2	-1	2	12																	
2	4	-7	-1	-6																	
3	0	0	0	0																	

$$r \equiv \begin{cases} x = 9 - 3\mu \\ y = 6 - 2\mu \\ z = 2\mu \end{cases}$$

Un punt de la recta és $P(9, 6, 0)$ i el vector director $v_r = (-3, -2, 2)$

$$\overrightarrow{CP} = (8, 7, 2)$$

Determinem el plànel que conté la recta r i el centre $C(1, -1, -2)$ que conté la circumferència que cerquem.

Calculem $\overrightarrow{CP} \times v_r$ vector característic del plànel.

Obrim el *Menú Ejec-Mat*.

Definim els vectors \overrightarrow{CP} , v_r

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Rad Norm1 d/c a+bi A <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 20%; text-align: center;">1</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">2</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">2</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> ROW COLUMN EDIT </div> </div>		1	2	3	1	8	7	2	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Rad Norm1 d/c a+bi B <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 20%; text-align: center;">1</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">2</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td style="text-align: center;">-3</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">2</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> ROW COLUMN EDIT </div> </div>		1	2	3	1	-3	-2	2
	1	2	3														
1	8	7	2														
	1	2	3														
1	-3	-2	2														
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi CrossP (Vct A, Vct B) <div style="text-align: center; font-size: large;">[18 -22 5]</div> <div style="font-size: x-small; margin-top: 5px;"> Vct DotP CrossP Angle UnitV </div> </div>																	

L'equació del plànel és:

$$\pi \equiv 18(x - 1) - 22(y + 1) + 5(z + 2) = 0$$

$$\pi \equiv 18x - 22y + 5z - 30 = 0$$

Determinem el punt projecció del centre $C(1, -1, -2)$ sobre la recta r .

El plànol perpendicular a la recta r que passa pel centre té vector característic el seu vector director, $v_r = (-3, -2, 2)$

La seua equació és:

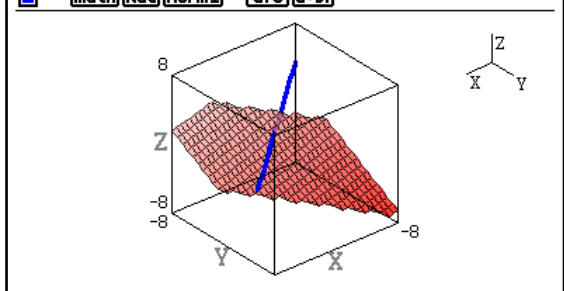
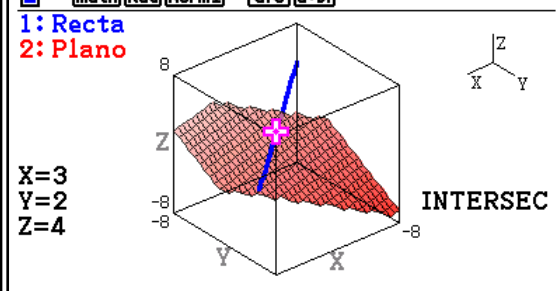
$$\omega \equiv -3(x - 1) - 2(y + 1) + 2(z + 2) = 0$$

$$\omega \equiv -3x - 2y + 2z + 5 = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Definim i representem la recta r i el plànol ω .

Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i el plànol.

<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>Punto de paso (Xo, Yo, Zo) Vector dirección [a, b, c]</p> <table border="1"> <tr> <td>Xo</td> <td>Yo</td> <td>Zo</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>6</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>2</p> <p>EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET</p>	Xo	Yo	Zo	9	6	0	a	b	c	-3	-2	2	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$aX+bY+cZ+d=0$</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>5</p> <p>EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET</p>	a	b	c	d	-3	-2	2	5
Xo	Yo	Zo																			
9	6	0																			
a	b	c																			
-3	-2	2																			
a	b	c	d																		
-3	-2	2	5																		
<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> 	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>1: Recta 2: Plano</p>  <p>X=3 Y=2 Z=4</p> <p>INTERSECC</p>																				

El punt projecció és la intersecció de la recta r i el plànol ω .

Les seues coordenades són $P'(3, 2, 4)$. És el centre de la corda.

$$\overline{CP'} = (2, 3, 6)$$

$$\|\overline{CP'}\| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7$$

Aplicant el teorema de Pitàgores, el radi de la circumferència és:

$$r = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$$

L'esfera de centre $C(1, -1, -2)$ i radi $r = \sqrt{65}$ té equació:

$$E \equiv (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 65$$

La circumferència és la intersecció de l'esfera E i el plànol π

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 65 \\ 18x - 22y + 5z - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 65 \\ 18x - 22y + 5z - 30 = 0 \end{cases}$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem l'esfera i el plànol π .

<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-2</td> <td>8.0622</td> </tr> </table> <p>8.062257748</p> <p>FACTOR EXPAND EDIT SET</p>	a	b	c	r	1	-1	-2	8.0622	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$aX+bY+cZ+d=0$</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>-22</td> <td>5</td> <td>-30</td> </tr> </table> <p>-30</p> <p>EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET</p>	a	b	c	d	18	-22	5	-30
a	b	c	r														
1	-1	-2	8.0622														
a	b	c	d														
18	-22	5	-30														

