

Determineu l'equació del plànel π que passa pel punt $P(1, 1, 1)$ i és perpendicular als plànols $\pi_1 \equiv x - y + z + 3 = 0, \pi_2 \equiv x + 2z - 1 = 0$.
 Calculeu el punt intersecció dels tres plànol si existeix.

Solució:

Els dos plànol són secants ja que

$$\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{0}$$

El vector característic del plànol π_1 és:

$$a = (1, -1, 1)$$

El vector característic del plànol π_2 és:

$$b = (1, 0, 2)$$

El vector característic del plànol que cerquem és perpendicular als vectors característics dels plànol π_1, π_2 , és a dir, $a \times b$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Definim els vectors $a = (1, -1, 1), b = (1, 0, 2)$ i calculem el seu producte vectorial.

The image shows three screenshots from a TI-84 Plus calculator. The first screenshot shows matrix A being defined with values [1, 2, 3] in the first row and [1, -1, 1] in the second row. The second screenshot shows matrix B being defined with values [1, 2, 3] in the first row and [1, 0, 2] in the second row. The third screenshot shows the calculation of the cross product of vectors A and B, resulting in the vector [-2, -1, 1].

El vector característic del plànol π és:

$$v = (-2, -1, 1)$$

L'equació del plànol que cerquem és:

$$\pi \equiv -2(x - 1) - (y - 1) + (z - 1) = 0$$

Simplificant:

$$\pi \equiv -2x - y + z + 2 = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*
 Definim i representem els tres plànols.

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 0;">$aX+bY+cZ+d=0$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">a</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">b</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">c</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">d</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">3</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">3</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; margin-top: 5px;"> EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET </div> </div>	a	b	c	d	1	-1	1	3	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 0;">$aX+bY+cZ+d=0$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">a</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">b</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">c</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">d</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">-1</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">-1</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; margin-top: 5px;"> EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET </div> </div>	a	b	c	d	1	0	2	-1
a	b	c	d														
1	-1	1	3														
a	b	c	d														
1	0	2	-1														
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 0;">$aX+bY+cZ+d=0$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">a</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">b</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">c</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">d</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="text-align: center; border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 2px 10px;">2</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">2</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; margin-top: 5px;"> EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET </div> </div>		a	b	c	d	-2	-1	1	2								
a	b	c	d														
-2	-1	1	2														
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> </div>																	

Amb la funció *G-Solv* podem veure que els plànols π_1, π_2 i els plànols π_2, π_3 són perpendiculars.

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 0; color: red;">2: Plano</p> <p style="margin: 0; color: green;">3: Plano</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; margin-top: 5px;"> Next Back </div> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 0; color: blue;">1: Plano</p> <p style="margin: 0; color: green;">3: Plano</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; margin-top: 5px;"> Next Back </div> </div>
--	---

Notem que els vectors $a = (1, -1, 1), b = (1, 0, 2), v = a \times b = (-2, -1, 1)$ són linealment independents. Aleshores els tres plànols es tallen en un punt. Per calcular el punt intersecció dels tres plànols resollem el sistema format pels tres plànols.

Obrim el *Menú Ecuación*.

Resolem el sistema
$$\begin{cases} x - y + z = -3 \\ x + 2y = 1 \\ -2x - y + z = -2 \end{cases}$$

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 5%;"></th> <th style="width: 25%; border-bottom: 1px solid black;">a</th> <th style="width: 25%; border-bottom: 1px solid black;">b</th> <th style="width: 25%; border-bottom: 1px solid black;">c</th> <th style="width: 20%; border-bottom: 1px solid black;">d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>-2</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 5px;">-2</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; font-size: small;"> SOLVE DELETE CLEAR EDIT </div> </div>		a	b	c	d	1	1	-1	1	-3	2	1	0	2	1	3	-2	-1	1	-2	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td style="width: 5%;">X</td> <td style="width: 95%;">-0.333</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>3.3333</td> </tr> <tr> <td>Z</td> <td>0.6666</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">-$\frac{1}{3}$</div> <div style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px; font-size: small;"> REPEAT </div> </div>	X	-0.333	Y	3.3333	Z	0.6666
	a	b	c	d																							
1	1	-1	1	-3																							
2	1	0	2	1																							
3	-2	-1	1	-2																							
X	-0.333																										
Y	3.3333																										
Z	0.6666																										

Les coordenades del punt intersecció són:

$$P\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$$