

Donats els plànols $\pi_1 \equiv x + 2y - z = 0, \pi_2 \equiv x + y - 3 = 0$ determineu l'equació de la recta r que passa pel punt $P(1, 0, -1)$ i és paral·lela als dos plànols.

Solució:

El vector característic del plànol π_1 és $a = (1, 2, -1)$.

El vector característic del plànol π_2 és $b = (1, 1, 0)$.

Els plànols són secants ja que els vectors característics són linealment independents.

El vector director de la recta r és $v_r = a \times b$

El punt $P(1, 0, -1)$ no pertany a cap dels dos plànols, ja que $1 + 2 \cdot 0 + 1 \neq 0$ i $1 + 0 - 3 \neq 0$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Definim els vectors $a = (1, 2, -1, b = (1, 1, 0)$ i calculem $v_r = a \times b$

The first screenshot shows matrix A with columns 1, 2, and 3 containing values 1, 2, and -1 respectively. The second screenshot shows matrix B with columns 1, 2, and 3 containing values 1, 1, and 0 respectively. The third screenshot shows the CrossP(Vct A, Vct B) function being executed, resulting in the vector [1, -1, -1].

El vector director de la recta és $v_r = (1, -1, -1)$

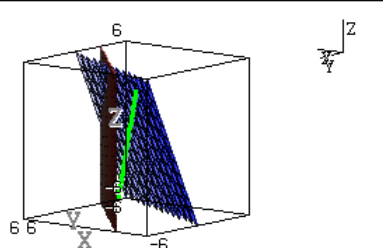
L'equació vectorial de la recta és:

$$r \equiv (x, y, z) = (1, 0, -1) + \alpha(1, -1, -1)$$

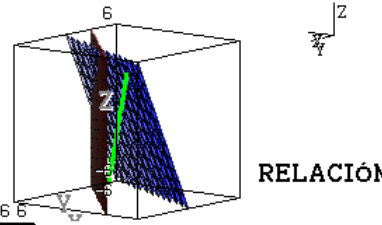
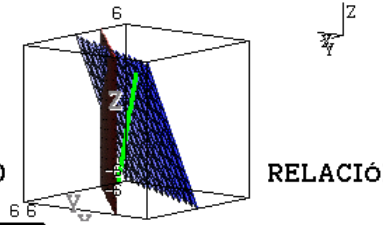
Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem els plànols $\pi_1 \equiv x + 2y - z = 0, \pi_2 \equiv x + y - 3 = 0$ i la recta r

The first screenshot shows the 3D mode interface with the equation $aX+bY+cZ+d=0$ and coefficients $a=1, b=2, c=-1, d=0$. The second screenshot shows the same interface with coefficients $a=1, b=1, c=0, d=-3$.

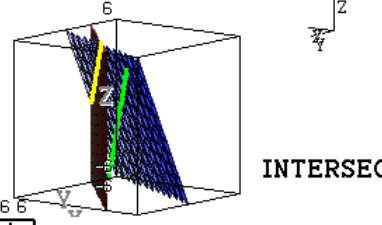
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 5px 0;">Punto de paso (X_0, Y_0, Z_0) Vector dirección $[a, b, c]$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <tr> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">X_0</td> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">Y_0</td> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">Z_0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">[1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-1]</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">a</td> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">b</td> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black;">c</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">[1</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-1]</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin: 5px 0;">- 1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; justify-content: space-between;"> EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET </div>	X_0	Y_0	Z_0	[1	0	-1]	a	b	c	[1	-1	-1]	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> 
X_0	Y_0	Z_0											
[1	0	-1]											
a	b	c											
[1	-1	-1]											

Amb la funció *G-Solv* podem comprovar la posició relativa de cadascun dels plànols i la recta, així com la recta intersecció dels dos plànols.

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 5px 0; color: red;">2: Plano 3: Recta</p>  <p style="margin: 5px 0;">PARALELO RELACIÓ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; justify-content: space-between;"> Next Back </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> Math Rad Norm1 d/c a+bi </div> <p style="margin: 5px 0; color: blue;">1: Plano 3: Recta</p>  <p style="margin: 5px 0;">PARALELO RELACIÓ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: flex; justify-content: space-between;"> Next Back </div>
---	---

Math Rad Norm1 d/c a+bi

1: Plano
2: Plano



X=6+1T
Y=-3-1T
Z=-1T INTERSEC

Next
Back

Notem que l'equació de la recta intersecció dels dos plànols és
$$\begin{cases} x = 6 + t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$$

Els vectors directors de les dues rectes són iguals per tant les rectes són paral·leles.