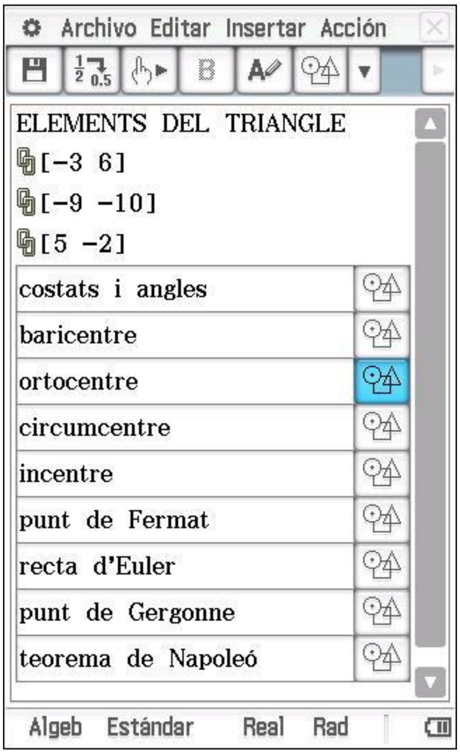
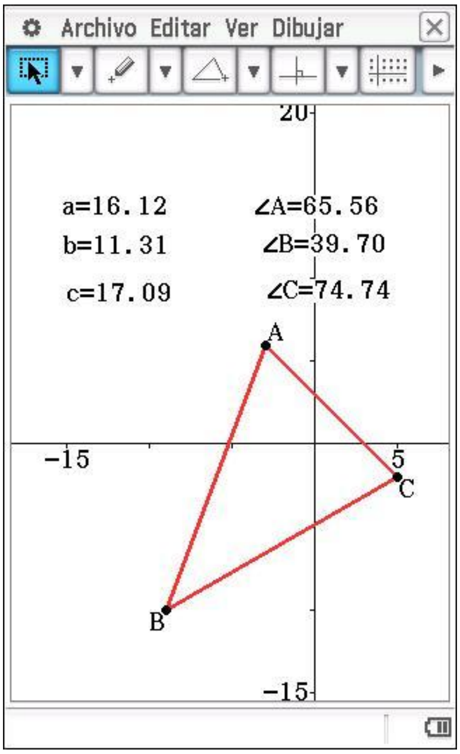
ELEMENTS D'UN TRIANGLE

Estudiem alguns elements del triangle conegudes les coordenades dels seus vèrtexs.



Costats i angles



En qualsevol triangle $\overset{\Delta}{ABC}$:

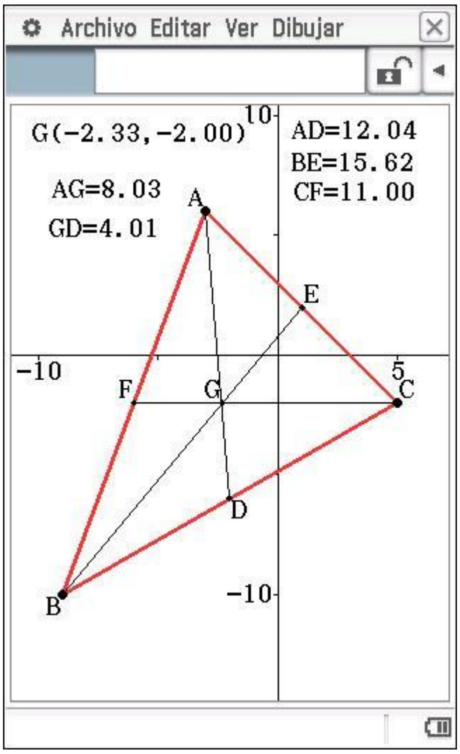
a) Dos costats sumen més que el tercer:

$a+b>c,\ \ a+c>b,\ \ b+c>a$

b) La suma dels angles interiors d'un triangle és 180º.

$A+B+C=180^{\circ}$

Baricentre



Les mitjanes i el baricentre

La **mitjana**: És el segment que uneix un vèrtex i el punt mig del costat oposat al vèrtex.

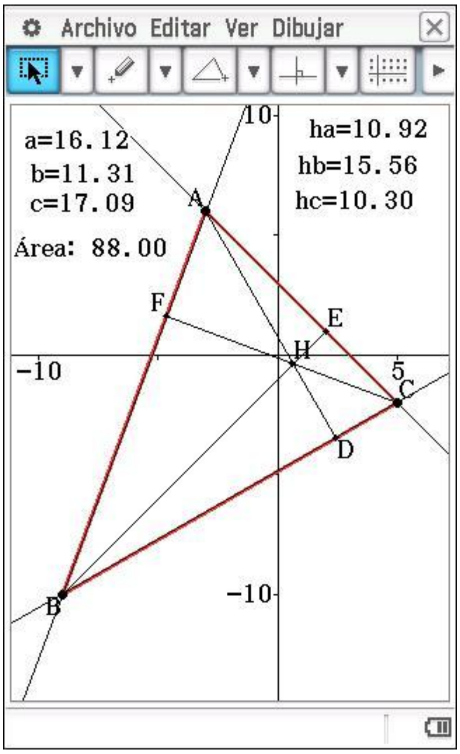
Les 3 mitjanes d'un triangle es creuen en un punt G anomenat **baricentre** o centre de gravetat del triangle.

Propietat del baricentre d'un triangle.
El baricentre d'un triangle està a doble distància del vèrtex que del punt mig del costat oposat.

La mesura de la mitjana és:

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$$

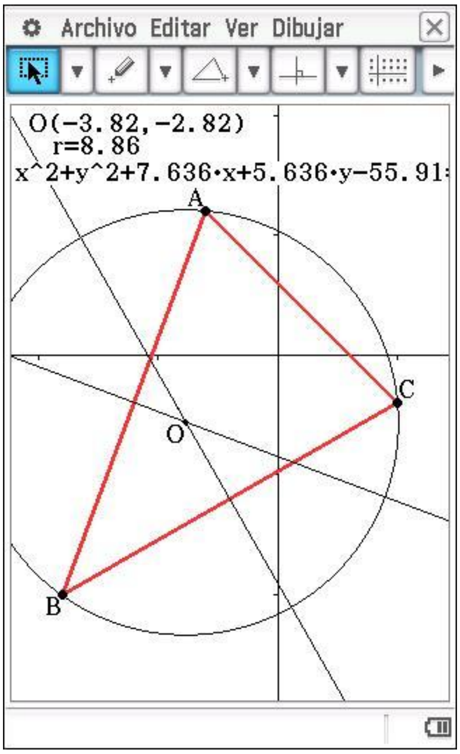
Ortocentre



Les altures i l'ortocentre

L'**altura**: És la recta que passa per un vèrtex i es perpendicular al costat oposat.
Les tres altures d'un triangle es creuen en un punt que s'anomena **ortocentre**.

Circumcentre



Mediatrius i circumcentre

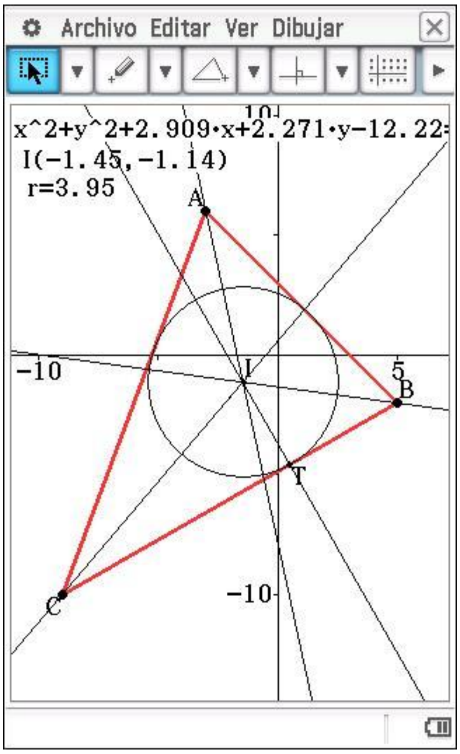
La **mediatriu**: És la recta que passa pel punt mig de cada costat i és perpendicular al costat.

Les 3 mediatrius d'un triangle es creuen en un punt que s'anomena **circumcentre**, que té la propietat de ser el centre de la circumferència circumscrita al triangle.

El diàmetre de la circumferència circumscrita és igual a la constant de la proporció del teorema dels sinus.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Incentre

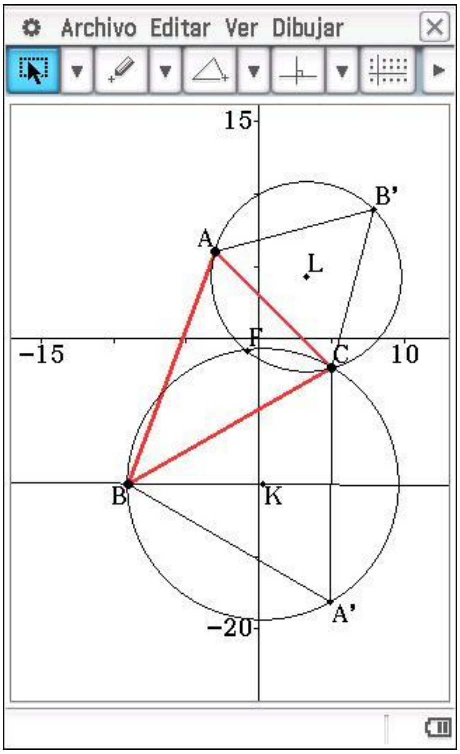


Bisectrius i incentre

La **bisectriu**: És la recta que passa pel vèrtex que formen dos costats i divideix per la meitat a l'angle que formen els mateixos costats.

Les 3 bisectrius d'un triangle es creuen en un punt que s'anomena **incentre**, que té la propietat de ser el centre de la circumferència inscrita al triangle.

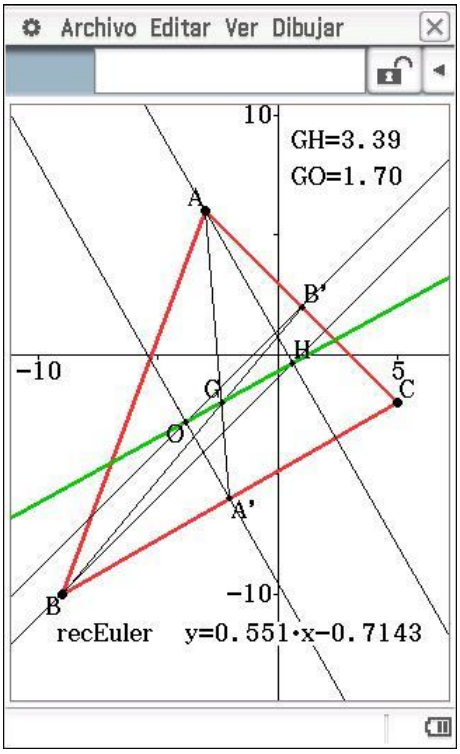
Punt de Fermat



Punt de Fermat.

Si sobre els costats d'un triangle (cap al seu interior) dibuixem tres arcs capaços de 120º, els tres arcs s'intersecten en un punt que s'anomena **Punt de Fermat** i que té la propietat que la suma d'aquest punt als vèrtexs és mínima

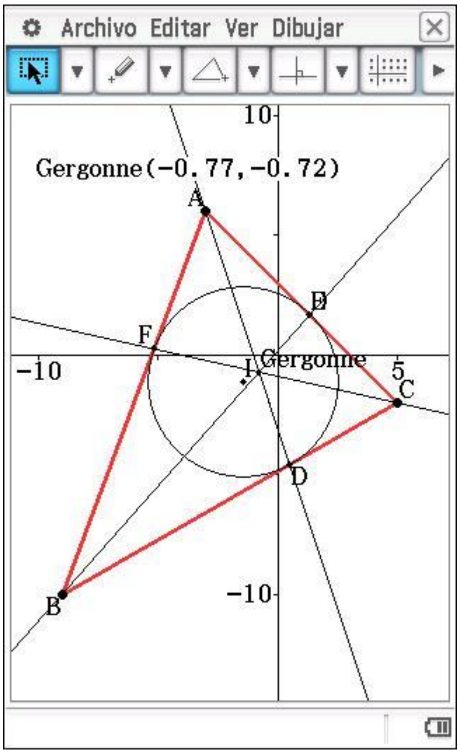
Recta d'Euler



Recta d'Euler.

El baricentre de qualsevol triangle està alineat amb l'ortocentre i el circumcentre, i a doble distància del primer que del segon. A la recta que uneix els tres punts s'anomena **recta d'Euler**

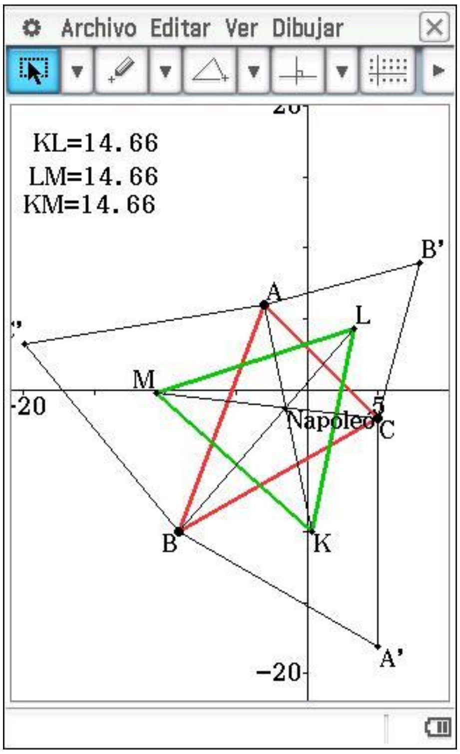
Punt de Gergonne



Punt de Gergonne.

En qualsevol triangle les rectes que uneixen els vèrtexs amb els punts de tangència de la circumferència inscrita al triangle (en els costats oposats) s'intersecten en un punt, anomenat el **Punt de Gergonne**.

Teorema de Napoleó



Teorema de Napoleó. Punt de Napoleó.

Si sobre els costats d'un triangle qualsevol construïm tres triangles equilàters exteriors al triangle, els baricentres d'aquests tres triangles equilàters són, a la vegada els vèrtexs d'un nou triangle equilàter.

Siguen K, L, M els baricentres dels triangles equilàters exteriors.
Aleshores les rectes AK, BL, CM s'intersecten en un punt anomenat **Punt primer de Napoleó**.