



Descomposició d'una fracció en fracció contínua.

Fracció contínua

Donada la fracció $\frac{p}{q}$ la seua expressió en forma contínua és:

$$\frac{p}{q} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{\ddots}}}$$


Als valors (a; b, c,.....) s'anomenen quocients

Exercici 1

Escriviu en forma contínua la fracció $\frac{37}{13}$.

Solució:


Escrivim la fracció impròpia $\frac{37}{13}$ com nombre mixt:



$$\frac{37}{13} = 2\frac{11}{13}$$

Aleshores, $\frac{37}{13} = 2 + \frac{11}{13} = 2 + \frac{1}{\frac{13}{11}}$.

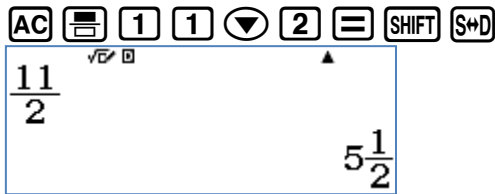
Escrivim la fracció impròpia $\frac{13}{11}$ com nombre mixt:



$$\frac{13}{11} = 1\frac{2}{11}$$

Aleshores, $\frac{37}{13} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{11}{2}}}$.

Escrivim la fracció impròpia $\frac{11}{2}$ com nombre mixt:



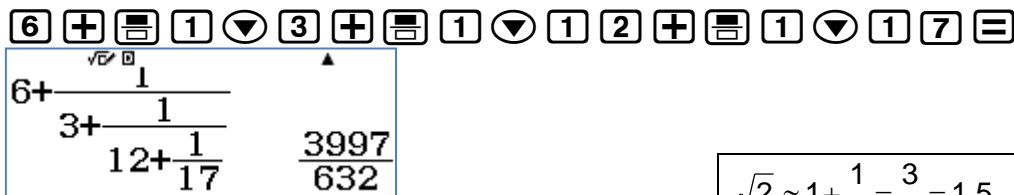
Aleshores, $\frac{37}{13} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}$. Els quocients són (2; 1, 5, 2).

Exercici 2

Expresseu la fracció contínua $6 + \frac{1}{3 + \frac{1}{12 + \frac{1}{17}}}$ de quocients (6; 3 12, 17) en forma de fracció irreductible.

Solució:

Escriurem en la calculadora la fracció contínua i executarem:



Aleshores, $6 + \frac{1}{3 + \frac{1}{12 + \frac{1}{17}}} = \frac{3997}{632}$.

La fracció contínua d'un nombre racional és finita.

Els quocients de fraccions contínues infinites són periòdics si són nombres irracionals quadràtics:

Exercici 3

$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$ els quocients són

(1; 2, 2, 2, 2,.....) ho representem $(1; \bar{2})$.

Amb les fraccions contínues de $\sqrt{2}$ calculeu aproximacions del seu valor:

$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$
$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{7}{5} = 1.4$
$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = \frac{17}{12} \approx 1.416666$
$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} = \frac{41}{29} \approx 1.413793 \dots$
$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}} = \frac{99}{70} = 1.4142857 \dots$

Fraccions contínues periòdiques:

$\sqrt{3}$ els seus quocients són $(1; \overline{1, 2})$.

$\sqrt{11}$ els seus quocients són $(3; \overline{3, 6})$.

$\sqrt{19}$ els seus quocients són $(4; \overline{2, 1, 3, 1, 2, 8})$.

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$ els seus quocients són $(1; \overline{1})$.