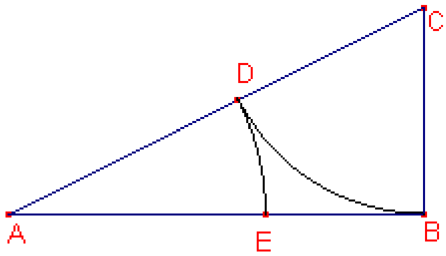
Propietats numèriques del nombre d'or.

Divisió àuria d'un segment.

Donat un segment $\overline{AB}$ siga E un punt interior del segment divideix el segment en dues parts $\overline{AE},\overline{EB}$. Direm que el punt E divideix el segment en proporció àuria (o bé en mitjana i extrema raó) si $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{EB}}=\Phi$.

A la raó de proporcionalitat Φ s'anomena nombre d'or o auri.

Construcció:



$\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{CD}=\overline{BC}$.

$\overline{AE}=\overline{AD}$.

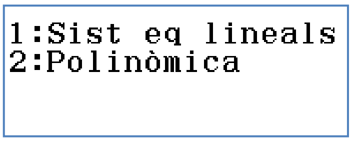
$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{BE}}=\Phi$. $\quad \Phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

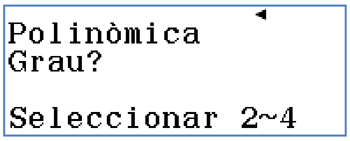
Propietat 1:

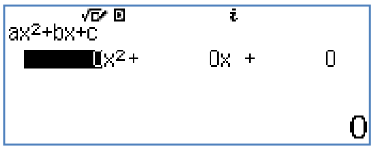
$\Phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ és la solució positiva de l'equació quadràtica $x^2-x-1=0$.

Obriu el menú d'equacions polinòmiques de segon grau:

MENU (−) 2 2

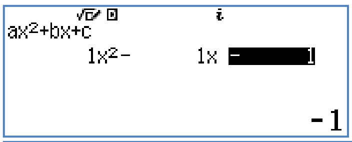


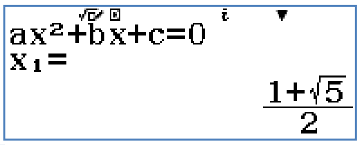


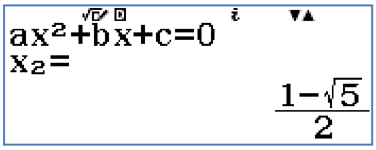


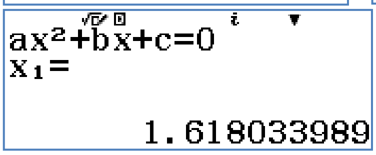
Introduïu els coeficients i resoleu:

1 = (−) 1 = (−) 1 = = =









Propietat 2:

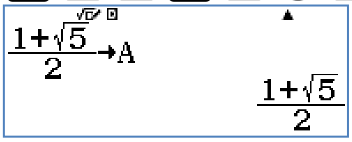
$\Phi^2=1+\Phi$, $\dfrac{1}{\Phi}=\Phi-1$

Obriu el menú de càlcul:

MENU 1

Definiu $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=A$:

[▭/▭] [1] [+] [√▭] [5] [▼] [2] [STO] [(−)]

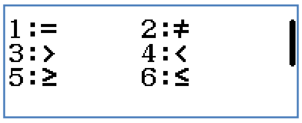


Obriu el menú de verificar:

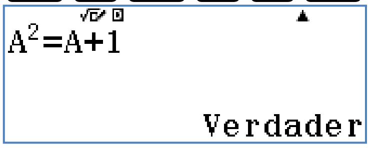
[MENU] [x^{-1}]

Verifiqueu que $A^2=A+1$

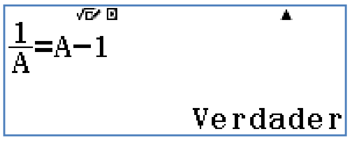
[MENU] [x^{-1}] [ALPHA] [(−)] [x^2] [OPTN]



[1] [ALPHA] [(−)] [+] [1] [=]



Anàlogament verifiqueu que $\frac{1}{A}=A-1$:



Propietat 3

Les potències del nombre d'or formen una successió de Fibonacci.

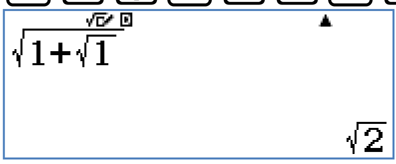
$\Phi^0=1$, $\Phi^1=\Phi$, $\Phi^2=1+\Phi$, $\Phi^3=\Phi+\Phi^2$, $\Phi^4=\Phi^2+\Phi^3$, ..., $\Phi^n=\Phi^{n-2}+\Phi^{n-1}$.

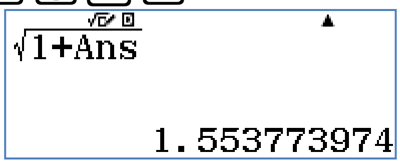
Propietat 4

Siga: $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+...}}}}$ Comproveu que $\lim \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+...}}}}=\Phi$

Obrim el menú de càlcul

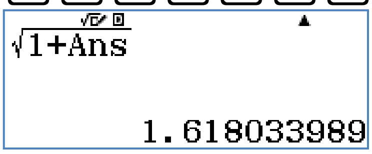
[√▭] [1] [+] [√▭] [1] [=] [√▭] [1] [+] [Ans] [=]





Repetim el procediment i vegem que s'aproxima al nombre d'or:

[=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=]



Propietat 5

Considerem la fracció pròpia infinita:

$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+...}}}}$ Comproveu que $\lim 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+...}}}}=\Phi$.