

# Problemes d'Anàlisi

## Càlcul diferencial

### Problema 1

Sabent que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - e^x + ax}{x \cdot \sin(x)}$  és finit, calculeu el valor de  $a$  i el límit.

*Andalusia 2014.*

### Problema 2

De tots el nombres reals positius, determineu el que sumat amb el seu invers té suma mínima.

*Andalusia 2014.*

### Problema 3

Siga  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida per  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

a) Determineu  $a$ ,  $b$ ,  $c$  a fi que la gràfica de  $f$  tinga un punt d'inflexió d'abscissa  $x = \frac{1}{2}$  i

que la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 0$  tinga per equació  $y = 5 - 6x$ .

b) Per  $a = 3$ ,  $b = -9$  i  $c = 8$ , calculeu els extrems relatius de  $f$  (abscisses on s'ha d'obtenir i valors que assoleixen).

*Andalusia 2014.*

### Problema 4

Desitgem construir un dipòsit en forma de cilindre recte, amb base circular i sense tapa, que tinga un volum de  $125\text{m}^3$ . Determineu el radi de la base i l'altura que ha de tenir el dipòsit a fi que la superfície siga mínima.

*Andalusia 2014.*

### Problema 5

Siga la funció  $f(x) = \frac{x^2}{2x - 6}$ .

a) Determineu el domini, les asímptotes, si existeixen, de la funció.

b) Determineu els intervals de creixement i decreixement, màxims i mínims relatius, si existeixen, d'aquesta funció.

*Aragó 2014.*

### Problema 6

Considerem la funció  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + a & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ -x^2 + 3x + b & \text{si } x > 4 \end{cases}$ .

a) Determineu els valors de  $a$  i  $b$  a fi que la funció  $f(x)$  siga contínua.

b) Suposem que  $a = 0$ , utilitzant la definició de derivada, estudeu la derivabilitat de  $f(x)$  en  $x = 2$ .

*Aragó 2014.*

### Problema 7

Considerem la funció  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2}$ .

- Determineu les asímptotes, horitzontals, verticals i obliqües que tinga la funció  $f(x)$ .
- Determineu els intervals de creixement i decreixement de  $f(x)$ . La funció té algun màxim o mínim relatiu?.

*Aragó 2014.*

### Problema 8

- Determineu, si existeixen, els màxims i mínims relatius i punts d'inflexió de la funció

$$g(x) = \frac{e^x}{x+1}.$$

- Determineu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2 + 2x + 2} - \sqrt{3x^2 + x}$ .

*Aragó 2014.*

### Problema 9

Siga la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$ .

- Determineu raonadament el valor del paràmetre  $k$  a fi que la funció siga contínua per a tots els nombres reals.
- Estudieu si aquesta funció és derivable quan  $x = 0$ , i en cas afirmatiu calculeu  $f'(0)$ .

*Astúries 2014.*

### Problema 10

Considerem la funció  $f(x) = ax + 3 + \frac{b}{x^2}$ .

- Determineu el valor dels nombres reals  $a$  i  $b$  a fi que en el punt d'abscissa  $x = 1$  la seua gràfica tinga com tangent la recta  $y = 3x$ .
- Determineu les asímptotes de la corba quan  $a = 1$  i  $b = -1$ .

*Astúries 2014.*

### Problema 11

Donada la funció  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida per  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$ .

- Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció.
- Determineu, si existeixen, els màxims i mínims de la funció.
- Dibuixeu aproximadament la seua gràfica.

*Astúries 2014.*

### Problema 12

Un agricultor fa un estudi per plantar arbres en la seua finca. Sap que si planta 24 arbres la producció mitjana de cadascun d'ells serà de 600 fruits. Estima que per cada arbre adicional plantat, la producció de cada arbre disminueix en 15 fruits.

- Quin ha de ser el nombre total d'arbres que ha de tenir el camp a fi que la producció siga màxima?.
- Quina és aquesta producció?.

*Astúries 2014.*

### Problema 13

Siga la funció  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ . Determineu els seus intervals de creixement i decreixement, extrems relatius, intervals de concavitat i convexitat, punts d'inflexió i asímptotes. Feu un esbós de la seua gràfica.

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 14

Es desitja construir un dipòsit de xapa en forma de prisma recte, obert i de base quadrada amb una capacitat de 32000 litres. Quines han de ser les dimensions del dipòsit a fi que es precisi la menor xapa possible en la seua construcció.

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 15

Siga la funció  $f(x) = e^{-x^2}$ . Determineu els seus intervals de creixement i decreixement, extrems relatius, punts d'inflexió i asímptotes. Feu un esbós de la seua gràfica.

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 16

Siga la funció  $f(x) = +2\sqrt{x}$ .

- Determineu el seu domini i els seus intervals de creixement i decreixement.
- Determineu el punt de la gràfica més pròxim al punt  $(4, 0)$ .

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 17

a) Calculeu els intervals de concavitat i convexitat de la funció  $f(x) = \frac{x-1}{2x+2}$ . Estudieu si té punts d'inflexió.

b) En quins punts de la gràfica de  $f(x)$  la recta tangent és paral·lela a la recta  $y = x - 2$ .

*Castella La Manxa 2014.*

### Problema 18

Siga la funció  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ .

a) Estudieu els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.

b) Estudieu si té asímptota obliqua quan  $x \rightarrow +\infty$

*Castella La Manxa 2014.*

### Problema 19

a) Calculeu els paràmetres  $a, b \in \mathbb{R}$  a fi que la funció  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + b \cdot e^x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

sigui contínua i derivable en  $x = 0$ .

b) Per als valors trobats, calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

*Castella La Manxa 2014.*

### Problema 20

a) Calculeu els extrems relatius i els intervals de creixement i decreixement de la funció  $f(x) = 1 + x^2 \cdot e^{-x^2}$ .

b) Calculeu les asímptotes de  $f(x)$ .

*Castella La Manxa 2014.*

### Problema 21

Siga la funció  $f(x) = e^{x^2+ax+b}$ .

a) Determineu a i b a fi que  $f(x)$  tinga un extrem en el punt  $(1, 1)$

b) Calculeu els extrems de la funció quan  $a = 0$  i  $b = 0$ .

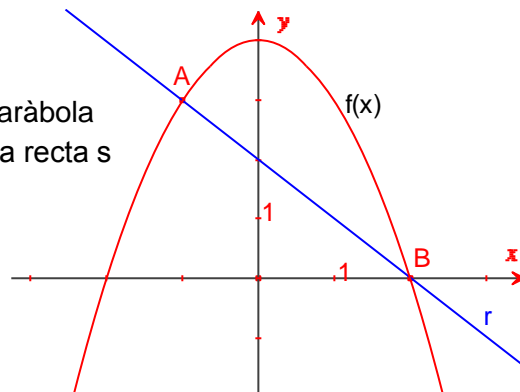
Canàries 2014.

### Problema 22

En la següent figura es mostren la paràbola d'equació

$f(x) = 4 - x^2$  i la recta  $r$  que passa pels punts A i B de la paràbola d'abscisses respectives  $-1$  i  $2$ . Determineu l'equació d'una recta  $s$  tangent a la paràbola  $f(x)$  i paral·lela a  $r$ .

Canàries 2014.



### Problema 23

Sabem que la gràfica de  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$  té una recta tangent horitzontal en el punt

$P(2, 4)$ . Determineu els valors de a i b.

Canàries 2014.

### Problema 24

La fabricació de  $x$  tauletes gràfiques suposa un cost total donat per la funció  $C(x) = 1500x + 1000000$ . Cada tauleta es vendrà a un preu unitari donat per la funció  $P(x) = 4000 - x$ . Suposant que totes les tauletes fabricades es venen, quin és el nombre que s'ha de produir de tauletes per obtenir benefici màxim.

Canàries 2014.

### Problema 25

Calculeu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$ .

Calculeu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$ .

Calculeu el valor de  $m$  a fi que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 - mx)(2x + 3)}{x^2 + 4} = 6$ .

Canàries 2014.

### Problema 26

Siguen les funcions  $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$  i  $g(x) = +\sqrt{3x + 4}$ .

Determineu el domini i recorregut de la funció  $g(x)$ .

Calculeu per a quins valors a i b les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

Catalunya 2014.

**Problema 27**

Un nedador està en la mar en un punt N situat a 3km d'una platja recta, i just davant d'un punt S, situat ena la mateixa vora del mar. Vol anar a un punt A, situat també a la vora i a 6km del punt S, de manera que el triangle  $\triangle NSA$  és rectangle en el vèrtex S. El nedador neda a una velocitat constant de 3km/h i camina a una velocitat constant de 5km/h.

a) Si P és un punt entre S i el punt A que està a una distància x de S, demostreu que el temps, en hores, que li cal al nedador per anar nedant del punt N al punt P i

caminant del punt P fins el punt A ve donat per l'expressió  $t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{3} + \frac{6 - x}{5}$ .

b) Calculeu el valor de x que determine el temps mínim que cal per anar del punt N al punt A, passant per P. Quin és el valor d'aquest mínim?

*Catalunya 2014.*

**Problema 28**

a) Estudieu el domini de definició, les asímptotes, els extrems relatius i els punts

d'inflexió de la funció  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$ .

b) Representeu la funció f(x) anterior utilitzant les dades obtingudes en l'apartat a).

*Extremadura 2014.*

**Problema 29**

a) Enuncieu el teorema del valor mitjà de Lagrange.

b) Aplicant el anterior teorema a la funció  $f(x) = \sin x$ , proveu que qualssevol que siguin els nombres reals  $a < b$ , s'acompleix la desigualtat  $\sin b - \sin a \leq b - a$ .

*Extremadura 2014.*

**Problema 30**

a) Enuncieu la condició que s'ha d'acomplir a fi que la recta  $x = a$  siga asímptota vertical d'una funció f(x).

b) Calculeu les asímptotes verticals i horitzontals ( $x \rightarrow -\infty$  i  $x \rightarrow +\infty$ ) de la funció

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x - 2}.$$

*Extremadura 2014.*

**Problema 31**

Calculeu justificant el resultat:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - e^x + \sin(3x)}{x^2}.$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x^2 + 2)(x - 6)}{(x^2 - 1)(2x - 1)}.$

*Madrid 2014.*

### Problema 32

Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x) & \text{si } x < 0 \\ x^2 e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ , es demana:

- Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- Calcular el valor de  $a$  a fi que  $f(x)$  siga contínua en tot  $\mathbb{R}$ .
- Estudiar la derivabilitat de  $f(x)$  i calcular  $f'(x)$ , on siga possible.

*Madrid 2014.*

### Problema 33

Donada la funció  $f(x) = ax + b\sqrt{x}$ , determineu els valors de  $a$  i  $b$  que compleixen les següents propietats.

- $f(x)$  té un màxim en el punt d'abscissa  $x = 100$ .
- La gràfica de  $f(x)$  passa pel punt  $(49, 91)$ .

*Múrcia 2014.*

### Problema 34

Calculeu els següents límits:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3}{x - 5} - \frac{x^2}{x - 2} \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot \ln(x) + 1 - x}{(x - 1)^2}.$$

*Múrcia 2014.*

### Problema 35

Donada la funció  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  es demana:

- Domini de la funció i talls amb els eixos.
- Estudi de les asímptotes (verticals, horitzontals i obliqües).
- Intervals de creixement i decreixement. Extrems (màxims i mínims)
- Representació gràfica aproximada.

### Problema 36

Donada la funció  $f(x) = x \cdot \ln(x) - x$ , es demana:

- Determineu el punt de la gràfica de  $f(x)$  per al qual la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquesta recta.
- Determineu el punt de la gràfica de  $f(x)$  per al qual la recta tangent és paral·lela a l'eix  $OX$ . Calculeu l'equació d'aquesta recta.

*Múrcia 2014.*

### Problema 37

Siga la funció  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-1}$ .

Determineu el domini de la funció.

Determineu les asímptotes

Determineu els extrems relatius i estudeu la monotonia de  $f(x)$ .

Dibuixeu la gràfica de  $f(x)$  destacant els elements determinants anteriorment.

*La Rioja 2014.*

**Problema 38**

Siguen  $A$  una constant positiva i  $p(x)$  un polinomi de tercer grau tal que la seua derivada és  $p'(x) = Ax(x-1)$ ,  $-\infty < x < +\infty$ .

- i) Determineu l'abscissa dels extrems relatius i estudeu la monotonia de  $p(x)$ .
- ii) Enuncieu el teorema de Rolle.
- iii) Justifiqueu que existeix  $b > 1$  tal que  $p(b) = p(0)$ .

*La Rioja 2014.*

**Problema 39**

Siga  $g(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x}$ .

- i) Determineu el domini de  $g(x)$ .
- ii) Determineu les seues asymptotes.
- iii) Determineu els extrems relatius i estudeu la monotonia de  $g(x)$ .
- iv) Dibuixeu la gràfica de  $g(x)$  destacant els elements determinats anteriorment.

*La Rioja 2014.*

**Problema 40**

Siga  $h(x) = x^4 - 2x^3 - 1$ .

Enuncieu el teorema de Bolzano.

Determineu els extrems relatius i la monotonia de  $h(x)$ .

Utilitza el teorema de Bolzano per provar que l'equació  $h(x) = 0$  té exactament dues solucions reals.

*La Rioja 2014.*

## Càlcul integral

### Problema 1

Calculeu  $\int_0^1 \frac{x^2}{2x^2 - 2x - 4} dx$ .

Andalusia 2014.

### Problema 2

Calculeu  $\int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ .

Andalusia 2014.

### Problema 3

Siguen les funcions  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definides per  $f(x) = \frac{|x|}{2}$ ,  $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$

a) Feu un esbós de  $f$  i  $g$  sobre els mateixos eixos i calculeu els punts de tall entre ambdues gràfiques.

b) Calculeu l'àrea del recinte limitat per les gràfiques  $f$  i  $g$ .

Andalusia 2014.

### Problema 4

Siga la funció  $f$  definida per  $f(x) = x \cdot \ln(x+1)$ ,  $x > -1$ .

Determineu la primitiva de la funció  $f$  que passa pel punt  $(1, 0)$ .

Andalusia 2014.

### Problema 5

a) La derivada de la funció  $f(x)$  és  $f'(x) = (x-1)^3(x-3)$ .

Determineu  $f(x)$  sabent que  $f(0) = 1$ .

b) Calculeu el límit  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 2x + 2}{x^3 + 1} \right)^{3x^2 + x + 1}$ .

Aragó 2014.

### Problema 6

a) Donades les funcions  $f(x) = x^2$  i  $g(x) = -x^2 + 2$ , determineu l'àrea limitada per ambdues funcions.

b) Calculeu la integral  $\int_2^3 \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} dx$ .

Aragó 2014.

### Problema 7

a) Utilitzant el canvi de variable  $t = \ln(x)$  determineu el valor de la integral

$$\int \frac{1 + 3\ln(x) + (\ln(x))^3}{x(1 - (\ln(x))^2)} dx.$$

b) Calculeu el límit  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{(1/\sin x)^2}$

Aragó 2014.



**Problema 8**

a) Determineu la integral  $\int x^2 \sin(2x) dx$ .

b) Determineu l'àrea màxima que pot tenir un rectangle la diagonal del qual mesura 8 metres. Quines són les dimensions del rectangle d'àrea màxima.

*Aragó 2014.*

**Problema 9**

Calculeu una primitiva de la funció  $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 5}{\sqrt[3]{x}}$ .

*Astúries 2014.*

**Problema 10**

a) Determineu totes les funcions  $f(x)$  la segona derivada de les quals és  $f''(x) = x \cdot e^x$ .

b) De totes elles determineu aquella la gràfica de les quals passa pels punts  $A(0, 2)$  i  $B(2, 0)$ .

*Astúries 2014.*

**Problema 11**

Calculeu  $\int \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2} dx$ .

*Astúries 2014.*

**Problema 12**

Considerem la funció  $f(x) = \frac{1}{2} - \sin(x)$ .

a) Dibuixeu el recinte afitat entre la corba  $f(x)$ , l'eix  $OX$  i les rectes  $x = 0$  i  $x = \frac{\pi}{2}$ .

b) Calculeu l'àrea del recinte anterior.

*Astúries 2014.*

**Problema 13**

a) Determineu el punt en que la recta tangent a la gràfica de la funció  $f(x) = x^2 - x + 4$  és paral·lela a la recta d'equació  $y = 5x - 7$ .

b) Calculeu l'àrea limitada per la paràbola d'equació  $y = 2x^2$  i la recta  $y = 2x + 4$ .

*Castella i Lleó 2014.*

**Problema 14**

a) Enuncieu i interpreteu geomètricament el teorema de Rolle.

b) Calculeu la primitiva de la funció  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$  la gràfica de la qual passa pel punt  $(1, 2)$ .

**Problema 15**

Determineu una funció polinòmica de tercer grau sabent que la seua gràfica passa pel punt  $P(1, 0)$ , té una tangent en el punt d'abscisses  $x = 0$  la recta d'equació  $y = 2x + 1$  i que la seua integral entre 0 i 1 val 3.

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 16

Siga la funció  $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ .

a) Calculeu un punt de la seua gràfica tal que la recta tangent en aquest punt siga paral·lela a l'eix OX. Escriviu l'equació de la recta tangent.

b) Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció, l'eix OX i les rectes  $x = 0$ ,  $x = \ln 5$

*Castella i Lleó 2014.*

### Problema 17

a) Feu un esbós de la regió limitada entre les gràfiques de les funcions  $f(x) = \sin(x)$ ,

$g(x) = -\sin(x)$  i les rectes  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{3\pi}{2}$ .

b) Calculeu l'àrea de la regió anterior.

*Castella la Manxa 2014.*

### Problema 18

Calculeu les integrals  $\int \frac{e^x}{e^x - e^{-x}} dx$ ,  $\int \frac{2}{4+x^2} dx$ .

Nota: en la primera integral pot ajudar el canvi  $t = e^x$ .

*Castella la Manxa 2014.*

### Problema 19

Calculeu la integral  $\int_0^1 (x^2 + x + 1)e^{-x} dx$ .

*Castella la Manxa 2014.*

### Problema 20

Per a cada  $c \geq 2$  definim la funció  $A(c)$  com l'àrea de la regió afitada entre la gràfica

$f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$ , l'eix d'abscisses i les rectes  $x = 1$  i  $x = c$ .

a) Calculeu  $A(c)$ .

b) Calculeu  $\lim_{c \rightarrow +\infty} A(c)$ .

*Castella la Manxa 2014.*

### Problema 21

Calculeu les integrals indefinides següents:

a)  $\int \frac{5dx}{(3x-1)^2}$ .

b)  $\int \frac{x+4}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

c)  $\int \frac{(x+1)^2}{2x} dx$ .

*Canàries 2014.*

**Problema 22**

Calculeu l'àrea de la regió plana limitada per la corba  $y = x(x-2)(x-3)$  i la recta  $y = 0$ .

*Canàries 2014.*

**Problema 23**

Donades les funcions  $f(x) = \sin(x)$  i  $g(x) = \cos(x)$  es demana:

a) Calculeu l'àrea de la regió afitada entre les gràfiques de  $f(x)$  i  $g(x)$  i les rectes  $x = \frac{\pi}{4}$ ,

$x = \pi$ .

b) a) Calculeu l'àrea de la regió afitada entre les gràfiques de  $f(x)$  i  $g(x)$  i les rectes

$x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = 2\pi$ .

*Canàries 2014.*

**Problema 24**

Sabem que la funció  $f(x)$  té per derivada la funció  $f'(x) = (3x-2)^2(x-2)$ .

a) Calculeu els valors de  $x$  en què la funció  $f(x)$  té un màxim relatiu, un mínim relatiu o un punt d'inflexió, i indiqueu en cada cas el que es tracta.

b) Determineu la funció  $f(x)$  sabem que s'anul·la en el punt d'abscissa  $x = 2$

*Catalunya 2014.*

**Problema 25**

Calculeu l'àrea de la regió del plànol limitada en el primer quadrant per les gràfiques de les funcions  $y = x^2$ ,  $y = 4x^2$  i  $y = 9$

*Catalunya 2014.*

**Problema 26**

Calculeu la següent integral definida d'una funció racional:  $\int_2^{e+1} \frac{x-2}{x^2-3x+2} dx$

*Extremadura 2014.*

**Problema 27**

a) Dibuixeu el recinte del plànol limitat per la paràbola  $y = x^2 - 2$  i la recta  $y = x$ .

b) Calculeu l'àrea d'aquest recinte.

*Extremadura 2014.*

**Problema 28**

Calculeu l'àrea de la regió plana limitada per la gràfica de la funció  $f(x) = \cos x$ , l'eix OX i les rectes  $x = 0$ ,  $x = 2\pi$ .

*Extremadura 2014.*

**Problema 29**

Calculeu la següent suma d'integrals definides

$\int_1^2 \frac{-2}{x^3} dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\sin x \cdot e^{\sin x} + \cos^2 x \cdot e^{\sin x}) dx$ . les integrals indefinides de les quals són

immediates.

*Extremadura 2014.*

### Problema 30

Donada la funció  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4}$ , es demana:

- a) Determineu el domini de  $f(x)$  i les seues asímptotes.  
b) Calculeu  $f'(x)$  i determineu els extrems relatius de  $f(x)$

c) Calculeu  $\int_0^1 f(x)dx$ .

Madrid 2014.

### Problema 31

Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{5 \sin x}{2x} + \frac{1}{2} & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ x \cdot e^x + x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ , es demana:

- a) Calculeu si existeix, el valor  $a$  a fi que  $f(x)$  siga contínua.  
b) Calculeu  $f'(x)$  i determineu els extrems relatius de  $f(x)$ .

c) Calculeu la integral  $\int_1^{\ln 5} f(x)dx$ .

Madrid 2014.

### Problema 32

a) Siga  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dues vegades derivable. Sabent que el punt d'abscissa  $x = -2$  és un punt d'inflexió de la gràfica de  $f(x)$  i que la recta d'equació  $y = 16x + 16$  és tangent a la gràfica en aquest punt, determineu  $f(-2)$ ,  $f'(-2)$ ,  $f''(-2)$ .

b) Determineu l'àrea de la regió afitada per la gràfica de la funció  $g(x) = x^4 + 4x^3$  i l'eix OX.

Madrid 2014.

### Problema 33

Calculeu la integral indefinida  $\int \operatorname{arctg} x \, dx$ .

De totes les primitives de la funció  $f(x) = \operatorname{arctg} x$  trobeu la que passa pel punt de coordenades  $(0, 3)$ .

Múrcia 2014.

### Problema 34

a) Determineu una primitiva de la funció  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

b) Calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció  $f(x)$  i l'eix d'abscisses entre  $x = \frac{1}{e}$  i  $x = e$ .

Múrcia 2014.

**Problema 35**

a) Calculeu la integral indefinida  $\int \operatorname{tg} x \, dx$ .

b) De totes les primitives de la funció  $f(x) = \operatorname{tg} x$  determineu la que passa pel punt de coordenades  $(0, 2)$ .

*Múrcia 2014.*

**Problema 36**

Calculeu una primitiva de la funció  $f(x) = x \cdot \cos x$ .

Determineu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció  $f(x) = x \cdot \cos x$  i l'eix d'abscisses entre  $x = 0$  i  $x = \pi$ .

*Múrcia 2014.*

**Problema 37**

Siguen les funcions  $g$  i  $h$  tals que  $g(0) = 1$ ,  $g'(x) = \cos(x^2)$ ,  $h(x) = (g(x))^2$ ,  $-\infty < x < \infty$ .

i) Determineu el valor de  $h'(0)$ .

ii) Calculeu  $\int x \cdot \cos(x^2) \, dx$ .

*La Rioja 2014.*

**Problema 38**

Siga  $f(x) = \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ .

i) Calculeu, si existeix,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

ii) Calculeu  $\int f(x) \, dx$ .

*La Rioja 2014.*