



Suma finita 2.

Determineu el nombre natural n tal que

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = 10.$$

Solució 1:

Calculem els valors dels primer sumands:

| | | |
|--|--|---|
| $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ $-1+\sqrt{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ $2-\sqrt{3}$ |
| $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}$ $-2+\sqrt{5}$ | $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ $\sqrt{6}-\sqrt{5}$ | |

Notem que la suma és $-1+\sqrt{n+1}$.

Resoldrem l'equació amb la funció SOLVE:

$$-1+\sqrt{n+1}=10.$$

| | |
|--------------------|-----|
| $-1+\sqrt{x+1}=10$ | |
| $x=$ | 120 |
| $L-R=$ | 0 |

Aleshores, $n = 120$.

Solució 2:

Amb el menú TAULA calcularem la antiimatge de 10 de la funció

$$f(x) = \sum_{k=1}^x \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$$

| | | |
|--|--|--|
| | $f(x) = \sum_{k=1}^x \left(\frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} \right)$ | Rang taula Inici: 1 Fi : 20 Pas : 1 |
|--|--|--|

| x | f(x) |
|---|--------|
| 1 | 0.4142 |
| 2 | 0.732 |
| 3 | 1 |
| 4 | 1.236 |

| x | f(x) |
|----|--------|
| 17 | 3.2426 |
| 18 | 3.3588 |
| 19 | 3.4721 |
| 20 | 3.5825 |

Rang taula
Inici: 20
Fi : 200
Pas : 10

| x | f(x) |
|----|--------|
| 20 | 3.5825 |
| 30 | 4.5677 |
| 40 | 5.4031 |
| 50 | 6.1414 |

| x | f(x) |
|----|------|
| 9 | 100 |
| 10 | 110 |
| 11 | 120 |
| 12 | 130 |

Aleshores, n = 120.